



Anvendt pumpelære - Introduktion

Bækkel Larsen, Jens

Published in:
Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

Publication date:
2018

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

Citation (APA):
Bækkel Larsen, J. (2018). Anvendt pumpelære - Introduktion. In *Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik*

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

1. Indledning

Dette dokument indeholder en introduktion til faget pumpelære – i en form, som gerne skulle sætte læseren i stand til at projektere og indkøbe pumper til rørsystemer.

Indledningsvis og med det formål at bestemme differenstrykket for en pumpe gennemgås forskellige former for trykangivelse for et system, samt formelgrundlag og empiriske værdier for tryktabsberegning på et rørsystem. Den grundlæggende teori og formler for anvendelse af en pumpe i et lukket og åbent system præsenteres, og læserens forståelse herfor er tilstræbt optimeret ved hjælp af beregninger på et konkret eksempel.

Under den grundlæggende teori for pumper præsenteres kun overordnet grundlag for bestemmelse af pumpens indre geometri og pumpens performancekurver. For en detaljeret dimensionering af en pumpe og dens indre dele henvises til supplerende litteratur f.eks. Pfeiderer et Petermann, Strömungsmaschinen, Springer Verlag.

Principper for nedregulering af en pumpe flow præsenteres med særligt henblik på bestemmelse af effektforbrug for pumpen. Der foretages en sammenligning funderet på effektforbrug og økonomiske aspekter heraf. Afslutningsvis præsenteres begrebet kavitation med en beskrivelse af årsag og virkning, samt beregningsgrundlag for at undgå kavitation for virkelige applikationer.

I dette dokument gennemgås ikke parallel- og seriedrift af pumper, og der henvises til selvstudie eller supplerende litteratur.

Juni 2018

Jens Bækkel Larsen

2. Tryk og tryktab

2.1 Tryk

Angivelse af tryk for et medie som i formel (2.1.1) inklusive omgivelsestrykket kaldes for et **absolut tryk** ($p_{\text{absoluttryk}}$) med enhedsangivelsen [bar(a)] eller [bara] eller [ata], og en trykangivelse eksklusiv omgivelsestrykket kaldes for et **overtryk** eller **manometertryk** (p_{overtryk}) med enhedsangivelsen [bar] eller [baro] eller [ato]. Forskellen mellem de to trykangivelser er omgivelsestrykket (p_o) svarende til nominelt 1,013 bara. Omgivelsestrykket kan dog variere, som man kender det fra et barometer.

$$p_{\text{absoluttryk}} = p_{\text{overtryk}} + p_o \quad (2.1.1)$$

hvor:

- $p_{\text{absoluttryk}}$ måles i [bara]
- p_{overtryk} måles i [bar]

Isoleret set vil en søjle af et medie give anledning til tryk i bunden af mediesøjlen jf. formel (2.1.2), som skyldes tyngdekraftens indvirkning på vægten af mediesøjlen, og dette tryk vil være et overtryk og benævnes også et **mediesøjletryk**.

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta z \quad \text{i [bar]} \quad (2.1.2)$$

hvor:

- ρ = væskesøjles densitet i [kg/m³]
- g = tyngdeaccelerationen i [m/s²]

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

- Δz = væskesøjleens højde i [m]

SI enheden for tryk er [Pa] eller [N/m²]. Imidlertid fraviges SI enheden i mange praktiske sammenhænge, og den bekvemme enhed [bar] anvendes.

- 1 bar = 100.000 Pa
- 1 kPa = 1.000 Pa
- 1 MPa = 1.000.000 Pa = 10 bar
- 1 atm = 101.325 Pa = 1,013 bar

Trykangivelse jf. formel (2.1.1) benævnes **statisk tryk eller hviletryk**, og dette gælder alle 3 indgående parametre. Et medie i bevægelse vil give anledning til et yderligere tryk benævnt **dynamisk tryk**, som bestemmes som ($\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2$). Summen af det statiske og dynamiske tryk jf. formel (2.1.3) benævnes **totaltrykket eller stagnationstrykket**. I daglig tale skelner man ikke mellem ordet "tryk" og ordet "statisk tryk", hvilket måske er lidt sjusket.

$$\begin{aligned} p_{stagnation} \text{ i [bara]} &= p_{statisk} + p_0 + p_{dynamisk} & (2.1.3) \\ &= p \text{ i [bar]} + p_0 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2 \\ &= p \text{ i [bara]} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2 \end{aligned}$$

hvor:

- c = mediets middelhastighed i [m/s]

Når man angiver et tryk er det altid i forhold til en reference, hvorfor et tryk (p) egentlig er et differenstryk (Δp). Et absoluttryk ($p \text{ i [bara]}$) er en trykdifferens til fuldt vakuum og et overtryk ($p \text{ i [bar]}$) er en trykdifferens til atmosfæretrykket (p_0).

Hvis andet ikke angives, så antages en hastighed (c) for et medie i et rør at være middelhastigheden dvs. at hastigheden ikke varierer på tværs af centerlinjen i røret. Sagt på en anden måde, er hastigheden bestemt som volumenstrømmen (\dot{V}) divideret med det indvendige tværsnitsareal (A) – i gl. dage benævnt lysningsarealet – som angivet i formel (2.1.4).

$$c = \frac{\dot{V}}{A} \quad (2.1.4)$$

hvor:

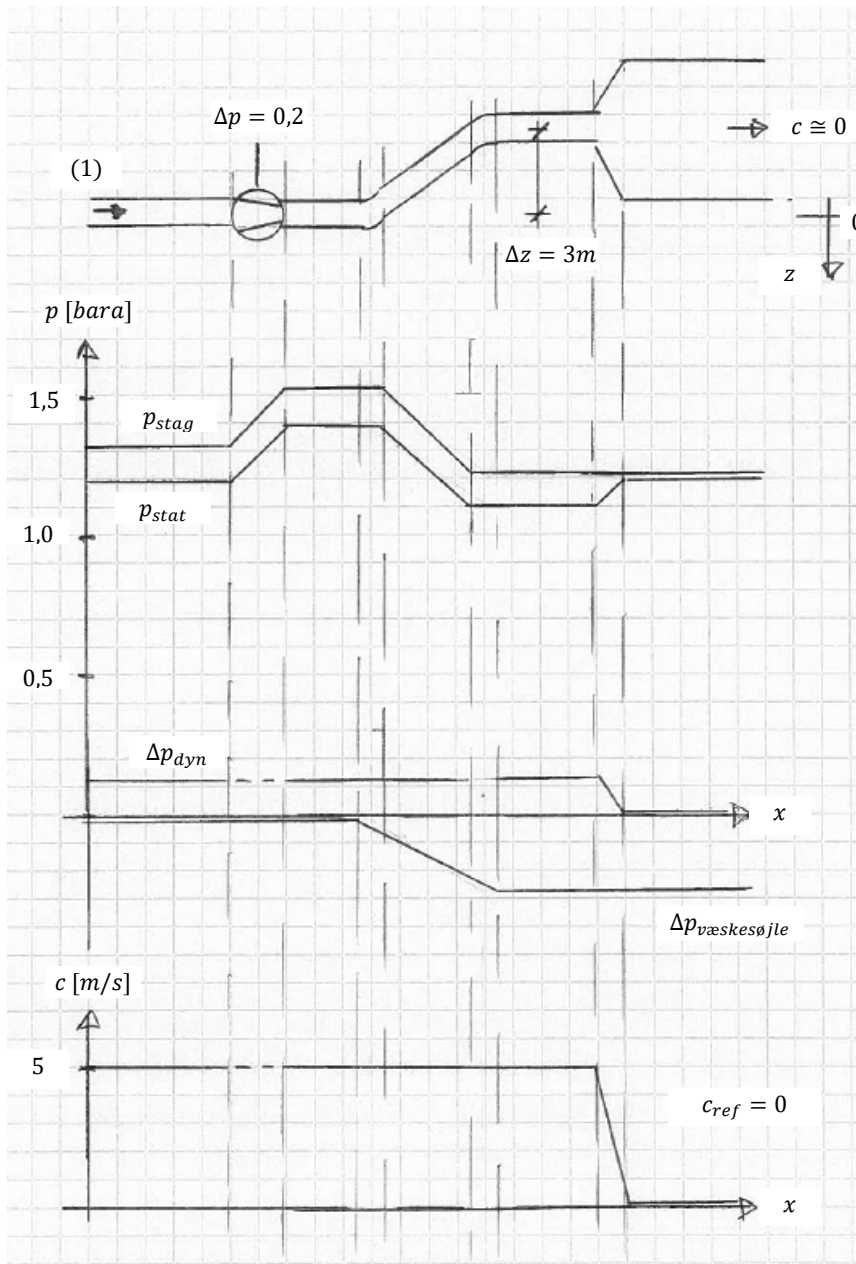
- \dot{V} = mediets volumenstrøm i [m³/s]
- A = rørets eller kanalens indvendige tværsnitsareal i [m²]

2.2 Tryktab

2.2.1 Ideelt system uden dissipationstab

På Fig. 2.2.1.1 er vist et simpelt rørsystem hvori der strømmer en væske med en densitet på 1.000 kg/m³, hvilket kunne være koldt vand. Rørsystemet indeholder forskellige elementer såsom en pumpe, to bøjninger, en rørudvidelse og en vertikal forskydning af røret.

I første omgang antages, at strømmingen i rørsystemet i Fig. 2.2.1.1 er ideel dvs. at der ikke er tab ved friktion (dissipation) og tab ved retningsændring af væskestrømmen i bøjningerne, T-stykker mv. er udført ideelt således, at der ikke opstår hvirvler (dissipation) i strømmingen. Hvordan vil tilstandsparametrene, herunder det statiske tryk, det dynamiske tryk samt stagnationstrykket, for mediet påvirkes af komponenterne i rørsystemet?



Tilstand i pkt. (1) er defineret ved:

- $c_1 = 5\text{ m/s}$
- $\rho = 1.000\text{ kg/m}^3$
- $p_{statisk} = 1,2\text{ bara}$

Beregnete størrelser:

- $\Delta p_{dynamisk,x} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (c_x^2 - c_{ref}^2) = \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(\left(\frac{5\text{ m}}{\text{s}} \right)^2 - 0^2 \right) = 12.500\text{ Pa} = 0,125\text{ bar}$
- $\Delta p_{v\ddot{a}skes\ddot{o}jle,x} = \rho \cdot g \cdot (z_x - z_{ref}) = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{9,81\text{ m}}{\text{s}^2} \cdot ((-3\text{ m}) - 0\text{ m}) = -29.340\text{ Pa} = -0,293\text{ bar}$

Fig. 2.2.1.1 Trykforhold i et simpelt ideelt (uden tab) rørsystem

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

Opstilles nedenfor nævnte forudsætninger, vil Bernoulli's ligning jf. formel (2.2.1.1) gælde,

- Den indre energi (u) dvs. temperaturen af mediet ændres ikke
- Systemet er adiabatisk dvs. ingen varmeudveksling med omgivelserne
- Fluiden er inkompressibel
- Alt tilført arbejde i pumpen omdannes til en stigning i det statiske tryk i fluiden samt, at der ikke udveksles andet arbejde med omgivelserne

$$(p_2 - p_1) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (c_2^2 - c_1^2) + \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1) = 0 \quad (2.2.1.1)$$

Formel (2.2.1.1) kan anvendes til en analyse af trykforholdene i det simple rørsystem i Fig. 2.2.1.1, og vi bemærker, at der grundlæggende anlægges energibetragtninger for at udføre denne trykanalyse.

Af Fig. 2.2.1.1 ses fl. udvalgte forhold:

- Vandrette rørstrækninger påvirker ikke trykforholdene i rørsystemet, når der ikke er tab ved friktion (dissipation)
- Man kan øge det statiske tryk og stagnationstrykket ved at indsætte en pumpe
- Retningsændringen af væskestrømmen i bøjninger påvirker ikke trykforholdene i rørsystemet, når ombøjningen er udført ideelt dvs. at der ikke opstår hvirvler (dissipation) i strømmingen
- Det statiske tryk øges (logisk efter Bernoulli's ligning), når væskehastigheden sænkes, men stagnationstrykket forbliver uforandret.
- Efter hele rørsystemet er det statiske tryk beregnet til 1,2307 (1,2 + 0,2 + 0,125 - 0,2943) bara, som er identisk med stagnationstrykket samme sted, da strømningshastigheden er reduceret til 0 m/s.

2.2.2 Virkeligt system med dissipationstab

Det statiske tryk og stagnationstrykket ved udgangen af rørsystemet i Fig. 2.2.1.1 blev bestemt til 1,2307 bara under forudsætning af at der ikke var dissipative effekter fra friktion og hvirvler ved væskens passage af rørsystemet.

Hvilke dissipative effekter vil opstå i et virkeligt rørsystem?

1. Ruheden af rørmaterialet vil betyde, at væsken "klæber" til rørets inderside, og der vil blive dannet et grænselag, som kunne defineres som det væskelag, hvor hastigheden stiger fra 0 m/s til 99 % af mediets fristrømhastighed. Grænselaget vil afstedkomme friktionstab og hvirvler i strømmingen, som vil reducere det statiske tryk eller med andre ord, så vil der opstå et friktionstryktab for væsken
2. Væskestrømmingen retningsændring i en bøjning vil aldrig være ideel, og vil give anledning til dissipative effekter fra hvirvler i strømmingen. Der vil tillige være friktionstryktab fra strømmingens kontakt med rørbøjningens inderside
3. En hastighedsændring i et rørsystem som følge af en ændring af diameteren af røret vil aldrig være ideel, og vil give anledning til dissipative effekter fra hvirvler i strømmingen. Der vil tillige være friktionstryktab fra strømmingens kontakt med rørovergangsstykkets inderside

Disse dissipative effekter vil betyde, at det statiske tryk ved udløbet af rørsystemet vil blive lavere end det ideelt bestemte i Fig. 2.2.1.1. Tabet af statisk tryk er et tab af trykenergi, og den tabte energi vil blive omdannet til varme. Med andre ord vil tryktabene i et rørsystem fra friktion og geometriske ændringer for en virkelig strømning kunne

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

ses som en marginal stigning i afgangstemperaturen. Temperaturstigningen vil afhænge af mediets specifikke varmekapacitet og densitet.

Ovennævnte forhold er forsøgt illustreret på Fig. 2.2.2.1, og hvor der er overdrevet lidt, men kun for at opnå en bedre forståelse. Tryktabene i Fig. 2.2.2.1 er vist større end de vil være i virkeligheden.

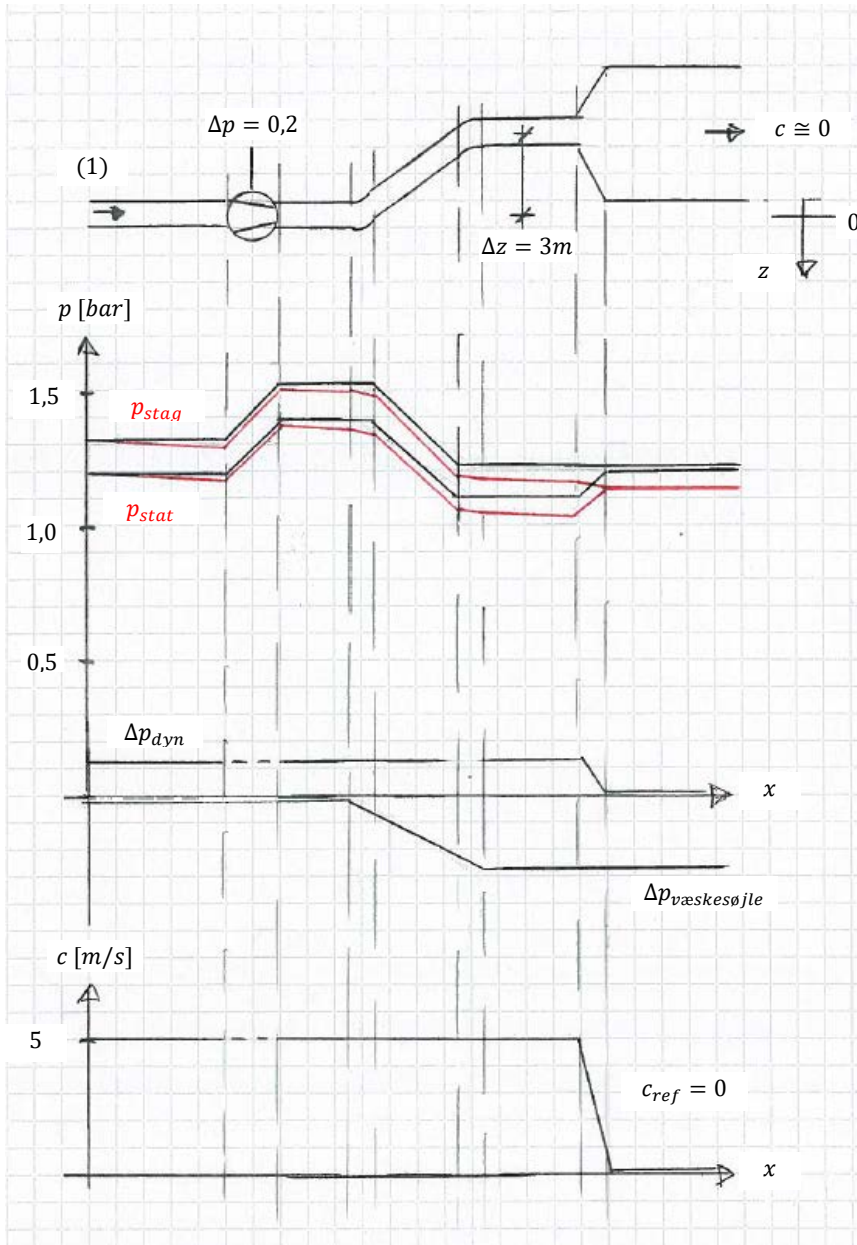


Fig. 2.2.2.1 Illustrative trykforhold i et simpelt virkeligt (med tryktab) rørsystem

2.2.3 Bestemmelse af tryktab

Som konkluderet i afsnit 2.2.2 skal der bestemmes tryktab som følge af friktion mellem mediets strømning og rørvæggen og tryktab som følge af geometriske ændringer.

Generelt vil tabet i statisk tryk kunne udtrykkes ved formel (2.2.3.1).

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

$$\Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \sum_{m=1}^m c_m^2 \cdot \frac{\xi_{frik,m} \cdot L_m}{D_i m} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \sum_{n=1}^n c_n^2 \cdot \xi_{geo,n} \quad (2.2.3.1)$$

hvor:

- L = rørets længde i [m]
- D_i = rørets indvendige diameter i [m]
- ξ_{frik} = friktionsfaktor eller også benævnt Darcy-faktoren i [-]
- ξ_{geo} = friktionsfaktor for en given geometrisk ændring i [-]

Zeta (ξ)-værdier er empiriske bestemte og for praktiske applikationer aflæses de fra en graf/tabel. Bemærk, at formelen foreskriver en individuel hastighed for hvert rørstykke og for hver geometrisk ændring (fitting). Har man f.eks. en konvergent konus, skal man være opmærksom på om grafen/tabellen for ξ -værdien er baseret på indløbs- eller udløbshastigheden.

Den opmærksomme læser vil måske have noteret, at formel (2.2.3.1) kan omskrives til det stedlige dynamiske tryk ($\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2$) gange en faktor.

ξ_{frik} -værdien eller også benævnt Darcy-faktoren bestemmes grafisk efter bestemmelse af de to hjælpe størrelser (Reynoldstallet og den relative ruhed af rørets inderside) givet i formlerne (2.2.3.2a) og (2.2.3.2b), og til det formål benyttes Bilag 1.

$$Re = \frac{\rho \cdot c \cdot D_i}{\mu} \quad (2.2.3.2a)$$

$$K = \frac{\epsilon}{D_i} \quad (2.2.3.2b)$$

hvor:

- Re = Reynoldstallet i [-]
- μ = mediets dynamiske viskositet i [kg/ms]
- ϵ = absolut ruhed af rørets indvendige overflade i [m]
- K = relative ruhed i [-]

Den absolutte ruhed (ϵ) skal forstås som et udtryk for en gennemsnitlig højde af den ru overflades "bjerge og dale". Typiske værdier for den absolutte ruhed (ϵ) af forskellige overflader er angivet i Fig. 2.2.3.1, og der henvises til speciallitteratur for yderligere data.

Rørmateriale	Tilstand	ϵ [$\times 10^{-6}$ m]
Kobber, messing, glas, gummi og kunststof	Teknisk glatte	1-1,5
Ikke-svejste stålrør, Valset eller trukne	Ikke-udsyret	20-60
	Udsyret	30-40
	Let rustne	150-400
Rør med svejsning på langs	Ikke-udsyret	40-100
Stålblik	Forsinket	70
Beton	Udpræget glattet	100-150
	Normal glattet	300-800
	Jævnt ru	1000-2000

Fig. 2.2.3.1 Typiske værdier for den absolutte ruhed (ϵ) af forskellige overflader

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

I Bilag 2 er indsat grafer/tabeller for bestemmelse af ξ_{geo} -værdier for forskellige fittings, og der henvises til speciallitteratur for yderligere data. Det skal dog fremhæves, at forskellige litteraturer kan benytte forskellige reference hastigheder (ind- eller udløb af et rør eller en fitting) og forskellige karakteristiske længde dvs. radius eller diameter for bestemmelse af zeta (ξ)-værdier. Der kan regnes meget forkert, hvis man ukritisk "blander æbler og pærer".

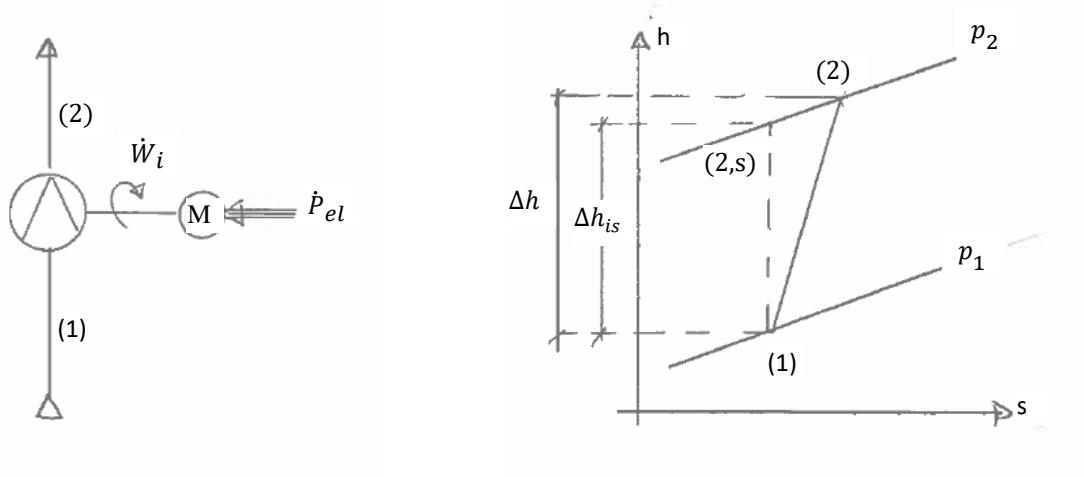
3. Karakteristika for pumper

3.1 Pumpeteori

En **pumpe** kan defineres som en mekanisk anordning til at flytte en volumenstrøm af en væske eller en gas fra et reservoir (tryk ved indløb) til et andet reservoir (tryk ved udløb).

En pumpe er således en arbejdskonsumerende maskine, som omsætter arbejde (akseffekt) til at øge trykket for en volumenstrøm. I dette afsnit ser vi kun på væsker og beregningerne bliver derved enklere, idet en væske antages at være inkompressibel. Processen for en pumpe er grafisk illustreret i Fig. 3.1.1

Som eksempler på pumpetyper kunne nævnes stempelpumpe, stempelmembranpumpe, membranpumpe, rotorpumpe, centrifugalpumpe, tandhjulspumpe, excentersnekkepumpe, peristaltisk pumpe og slangepumpe. I dette afsnit ses kun på centrifugalpumper, hvis hovedbestanddele er pumpehus, aksel med pumpehjul, pakninger, lejer, drevmotor, bundramme etc.



(a) Procesdiagram for en pumpe

(b) Kurver i et h-s diagram

Fig. 3.1.1 Procesdiagram for en pumpe og procesvej i h-s-diagram.

Fl. formel gælder en pumpe, idet pumpen antages at være adiabatisk og ikke ændre den kinetiske og potentielle energi for væskestrømmen:

$$\dot{W}_i = \frac{\dot{W}_{t,isen}}{\eta_{is}} = \frac{\dot{m} \cdot v_1 \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_{is}} \quad (\text{Formel I}) \quad (3.1.1)$$

Den af væsken optagne akseffekt kan også udtrykkes ved fl. formel, idet det antages, at tab i lejer og eventuelt gear ikke tilflyder fluiden men derimod omgivelserne:

$$\dot{W}_i = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) \quad (\text{Formel II}) \quad (3.1.2)$$

Helt generelt kan sammenhængen mellem akseffekt til pumpen (\dot{W}_i) og effekt (\dot{P}_{el}) fra elnettet formuleres som:

$$\dot{P}_{el} = \frac{\dot{W}_i}{\eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_m} = \sqrt{3} \cdot I \cdot V \cdot \cos\varphi \quad (3.1.3)$$

hvor,

- h = Entalpi i [kJ/kg]

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

- \dot{m} = Massestrøm i [kg/s]
- η_{is} = Isentropisk virkningsgrad i [-]
- v = Specifik volumen [m³/kg]
- \dot{W}_i = Akseffekt optaget af kompressoren (uden tillæg for mekaniske tab i pumpen)
- η_{mek} = Mekanisk virkningsgrad for pumpen (typisk 0,90-0,95)
- η_{gear} = Virkningsgrad for gear eller remtræk (typisk 0,96-0,98)
- η_m = Virkningsgrad for elmotor (typisk 0,90-0,96)
- $\sqrt{3}$ = Korrektionsfaktor for 3-faset vekselstrøm
- I = Strømstyrken i hver fase i [A]
- V = Spændingen i [V]
- $\cos\phi$ = Faseforskydning mellem strøm og spænding

Skitser for en et-trins centrifugalpumpe er vist i Fig. 3.1.2.

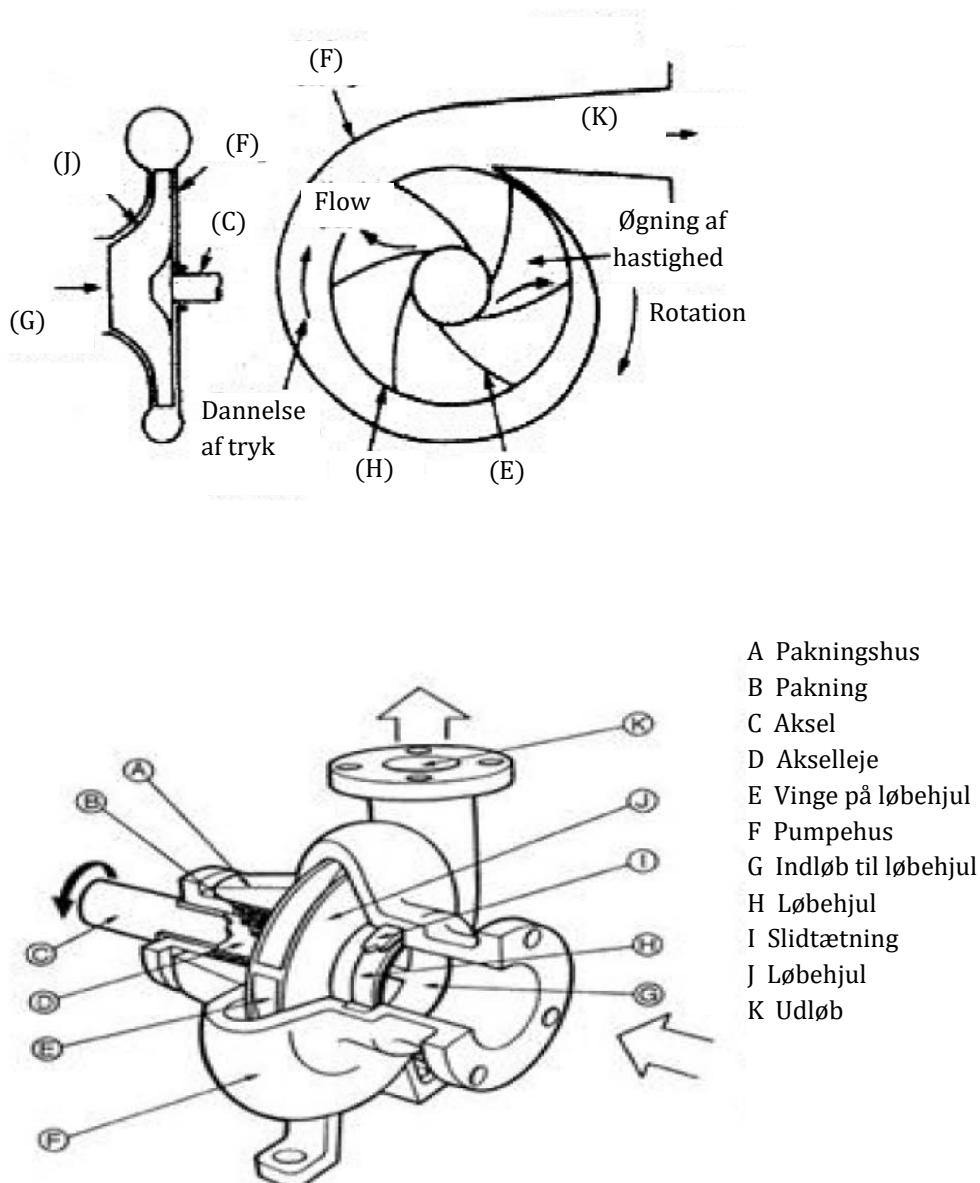


Fig. 3.1.2 Principskitser for en 1-trins centrifugalpumpe

Anvendt pumpeleære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

Trykøgningen i pumpen er sammensat af en hastighedsforøgelse udført i pumpehjulet og trykdannelse ved opbremsningen af væsken i pumpehusets ringkammer. Arbejdet (effekten) kan bestemmes ud fra impulsbevarelse jf. formel (3.1.4).

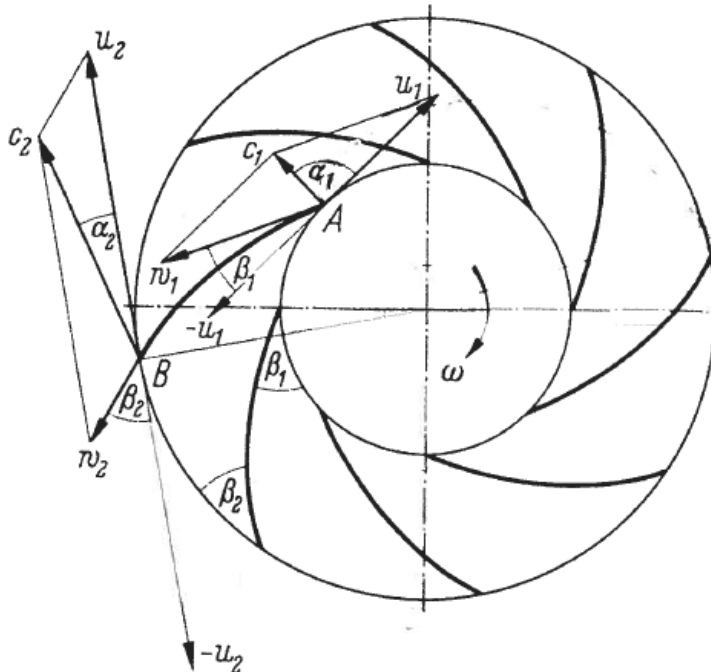
$$\dot{W}_i = \dot{m} \cdot \omega \cdot (r_2 \cdot c_{2u} - r_1 \cdot c_{1u}) \quad (3.1.4)$$

hvor,

- ω = Vinkelfrekvensen i [rad^{-1}] ($\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$, hvor n er i [Hz])
- r_1 = Løbehjulet indre diameter i [m]
- r_2 = Løbehjulet ydre diameter i [m]
- c_{2u} = Tangentialkomponent (= $c_2 \cdot \cos(\alpha_2)$ jf. Fig.3.1.3) af mediets hastighed umiddelbart efter afgang fra løbehjulets ydre periferi i [m/s]
- c_{1u} = Tangentialkomponent (= $c_1 \cdot \cos(\alpha_1)$ jf. Fig. 3.1.3) af mediets hastighed umiddelbart før tilgangen fra løbehjulets indre periferi i [m/s]

Hastighedsforholdene ved en centrifugalpumpes løbehjul er illustreret på Fig. 3.1.3. Flere kommentarer. Dissipationsarbejde afstedkommer dog, at pumpen ikke kan konvertere den fulde effekt til væsken, men dette parkeres til et mere avanceret kursus (f.eks. 62635).

I visse praktiske sammenhænge antages udelukkende radial tilstrømning til løbehjulet, hvorved tangentialkomponent af mediets hastighed umiddelbart før tilgangen fra løbehjulets indre periferi (c_{1u}) er 0 og sidste led i formel (3.1.4) falder bort.



- Hastighed med symbol (c) ses i forhold til x-y koordinatsystemet (set fra læserens position)
- Hastighed med symbol (u) er tangentialhastighed set i forhold til x-y koordinatsystemet
- Hastighed med symbol (w) er relativ og ses i forhold til et koordinatsystem, som drejer med løbehjulet rundt

Fig. 3.1.3 Principkitse for hastighedsforholdene omkring løbehjulet

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

Hvordan reduceres en centrifugalpumpes performance dvs. volumenstrøm og hvordan påvirkes trykøgningen i pumpen? En reduktion af volumenstrømmen igennem en pumpe kan reguleres ved tre foranstaltninger:

1. **Omdrejningstalsregulering** dvs. ændre drevmotorens omdrejningstal ved f.eks. en frekvensomformer eller
2. **Drøvleregulering** dvs. ved at drøvle flowet i en efterkoblet reguleringsventil eller
3. **On/off-regulering** dvs. starte og stoppe pumpen, hvorved den tidsmidlede volumenstrøm reguleres

Reguleringsprincipperne vil blive behandlet nærmere i kapitel 4 og 5. For en generation siden var drøvleregulering den mest anvendte reguleringsform, og dette skyldtes, at frekvensomformere dengang ikke var robuste maskiner og at der ikke var fornødent fokus på lavt elektrisk effektforbrug. I dag er omdrejningstalsregulering med frekvensomformere meget udbredt i industrien.

Ad pkt. 2 er det vigtigt, at reguleringsventilen er placeret efter pumpen, idet man ikke bør påvirke trykket før en pumpe pga. risiko for at initiere kavitation i pumpen. Dette forhold er uddybet i detaljer i kapitel 7.

I praktiske sammenhænge kan man antage, at en centrifugalpumpe følger "the 1-2-3 Fan Law", så kan udtrykkes i formlerne (3.1.5) til (3.1.7). I praktiske sammenhænge kan man ikke ukritisk benytte specielt formel (3.1.7), da virkningsgraden for en pumpe er afhængig af volumenflowet. I omdrejningsområdet fra fuld last og ned til ca. 60 % af fuldlastomdrejningstallet kan man med forsigtighed anvende formel (3.1.7) til bestemmelse af effektforbruget, men man kan eventuelt blive nødt til at korrigere for en ændring af virkningsgraden.

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 \cdot \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^1 \quad (3.1.5)$$

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \quad (3.1.6)$$

$$\dot{W}_2 = \dot{W}_1 \cdot \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 \quad (3.1.7)$$

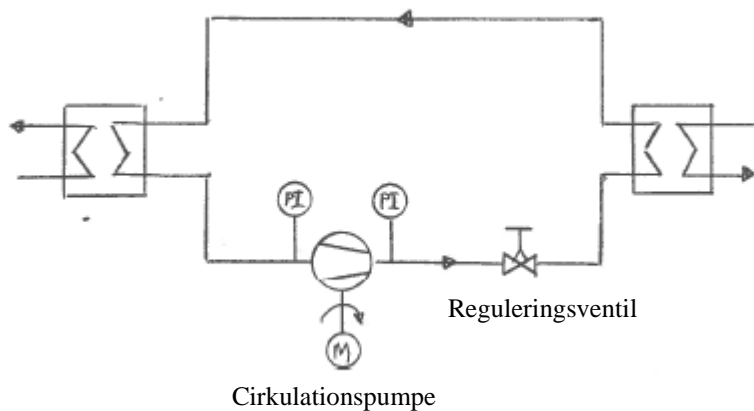
hvor,

- n = Omdrejningstallet i [rpm eller Hz] (Vinkelfrekvensen kan tillige benyttes, da $\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$)

Anvendelse af formlerne (3.1.5) til (3.1.7) for praktiske applikationer vil blive behandlet nærmere i kapitel 4 og 5.

4. Lukket system

Et lukket rørsystem defineres som et system, hvor en pumpe sikrer en ønsket cirkulation af en væske således, at væsken returnerer til pumpens indløbsside. Dette er illustreret på Fig. 4.1. Man kan også sige det på den måde, at pumpen skal levere en trykstigning til volumenstrømmen, som svarer til tryktabet, som opstår, når volumenstrømmen strømmer igennem rørsystemet.



- PI = lokal trykmåling = manometer

Fig. 4.1. Principskitse for et lukket rørsystem

4.1 Omdrejningstalsregulering af pumpe i et lukket rørsystem

Hvordan påvirker en ændring af omdrejningstallet for en centrifugalpumpe forholdene (tryk og volumenstrøm) i et lukket rørsystem? Med reference til Fig. 4.1.1 kan man analysere sig frem til:

- Fig. 4.1.1 er et volumenstrøm-tryk diagram for en centrifugalpumpe. x-aksen er volumenstrøm i f.eks. $[m^3/s]$ og y-aksen er mediesøjletrykket ydet af pumpen i $[bar]$. Dette er et overtryk og ækvivalent med $\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta z$ ofte givet ved en densitet på 1.000 kg/m^3 (normal standard). Alternativt kunne y-aksen være udtrykt som en løftehøjde i $[m]$ ved en densitet på 1.000 kg/m^3 . Har brugeren af pumpen en væske ved en højere densitet f.eks. saltvand, ja så kan pumpen yde et proportionalt mindre tryk eller løftehøjde.
- Pumpens performance er givet ved pumpekurven, som er markeret ved $n=3.000 \text{ rpm}$. Denne pumpekurve er bestemt af pumpens designer, da vedkommende definerede pumpens dimensioner, krumning af løbehjulets vinger og omdrejningstal. Pumpekurven er typisk for en centrifugalpumpe, og det ses, at jo større tryktab i rørsystemet pumpen skal overvinde (f.eks. hvis en ventil lukkes delvist) desto mindre volumenstrøm kan pumpen cirkulere i rørsystemet. Af pumpekurven kan fl. datasæt mellem volumenstrøm og pumpetryk ved 3.000 rpm opstilles (alternativt kunne samme datasæt bestemmes ud fra fl. tilnærmede formel for pumpekurven ved 3.000 rpm : $p = -2,1 \cdot \dot{V}^2 - 0,4 \cdot \dot{V} + 8$):

\dot{V}_{3000}	$[m^3/s]$	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
p_{3000}	$[bar]$	8,00	7,84	7,50	6,92	6,34	5,50	4,50	3,32

Anvendt pumpe - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

- C. Denne pumpe er valgt, da vi i designpunktet ønsker en cirkulerende volumenstrøm på $1 \text{ m}^3/\text{s}$ ved et tryktab i rørsystemet på $5,5 \text{ bar}$ (har vi beregnet vha. tryktabsberegninger) – markeret som pkt. 1 på pumpekurven ved 3.000 rpm i Fig. 4.1.1. Hvordan opfører tryktabet i rørsystemet sig, når volumenstrømmen reduceres? Dette kan analyseres ud fra formel (2.2.3.1) eller (3.1.5) sammenholdt med (3.1.6). Tryktabet falder i 2. potens med volumenstrømmen, og ud fra dette princip kan **anlægs karakteristikk** for rørsystemet optegnes i diagrammet:

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1}\right)^2 \rightarrow p_{ny} = 5,5 \text{ bar} \cdot \left(\frac{\dot{V}_{ny}}{1}\right)^2, \text{ som giver fl. datasæt:}$$

\dot{V}_{ny}	[m ³ /s]	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
p_{ny}	[bar]	0,00	0,22	0,88	1,98	3,52	5,50	7,92	10,78

- D. Det ønskes nu, at volumenstrømmen af væsken reduceres til 80 % dvs. $0,8 \text{ m}^3/\text{s}$ ved omdrejningsregulering på pumpen, og markeret som pkt. 2 i Fig. 4.1.1. Det ses af ovenstående tabel (ref. C.), at pumpen skal levere et tryk på mindst $3,52 \text{ bar}$ for at overvinde tryktabet i rørsystemet ved denne volumenstrøm.

- E. Hvilket omdrejningstal skal pumpen køre for at levere et tryk på $3,52 \text{ bar}$? Svaret kan findes af formel (3.1.5):

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 \cdot \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^1 \rightarrow n_2 = n_1 \cdot \left(\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1}\right) = 3000 \text{ rpm} \cdot \left(\frac{0,8}{1,0}\right) = 2.400 \text{ rpm}$$

- F. Pumpekurven ved 2.400 rpm kan produceres ud fra pumpekurven ved 3.000 rpm som under B. men korrigerer for det reducerede omdrejningstal på fl. måde:

$$\dot{V}_{2400} = \dot{V}_{3000} \cdot \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^1 = 0,8 \cdot \dot{V}_{3000}$$

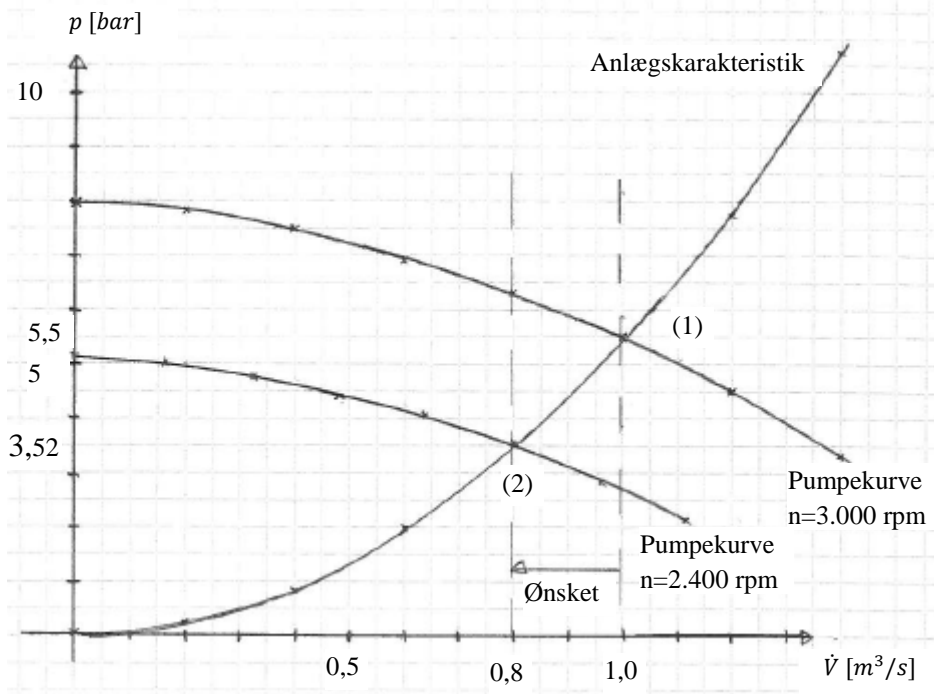
$$p_{2400} = p_{3000} \cdot \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cong (-2,1 \cdot \dot{V}_{3000}^2 - 0,4 \cdot \dot{V}_{3000} + 5,5) \cdot (0,8)^2$$

\dot{V}_{3000}	[m ³ /s]	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
p_{3000}	[bar]	8,00	7,84	7,50	6,92	6,34	5,50	4,50	3,32
\dot{V}_{2400}	[m ³ /s]	0,00	0,16	0,32	0,48	0,64	0,80	0,96	1,12
p_{2400}	[bar]	5,12	5,02	4,80	4,43	4,06	3,52	2,88	2,12

- G. Det ses af Fig. 4.1.1 at det nye driftspunkt med en volumenstrøm på $0,8 \text{ m}^3/\text{s}$ (pkt. 2) netop er skæringspunktet mellem pumpekurven ved 2.400 rpm og anlægs karakteristikk. Der er således balance mellem rørsystemets tryktab og det af pumpen producerede tryk.

Anvendt pumpe - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik



Pumpekurven ved 3.000 rpm er antaget til fl. simple formel: $p = -2,1 \cdot \dot{V}^2 - 0,4 \cdot \dot{V} + 8$

Fig. 4.1.1. Sammenhæng mellem tryk og volumenstrøm som funktion af omdrejningstallet for pumpen i et lukket rørsystem

Effektforbruget i både pkt. 1 og 2 på Fig. 4.1.1 ved en antaget konstant isentropisk virkningsgrad på 80 % kan bestemmes på følgende måde:

$$\dot{W}_{i,1} = \frac{\dot{m}_1 \cdot v_1 \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_{is}} = \frac{\dot{V}_1 \cdot (\Delta p)_1}{\eta_{is}} = \frac{1 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 5,50 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{0,8} \cdot 10^{-3} \frac{\text{kW}}{\text{W}} = 688 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_{i,2} = \dot{W}_{i,1} \cdot \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 = 687,5 \text{ kW} \cdot \left(\frac{2400 \text{ rpm}}{3000 \text{ rpm}}\right)^3 = 352 \text{ kW}$$

eller

$$\dot{W}_{i,2} = \frac{\dot{m}_2 \cdot v_2 \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_{is}} = \frac{\dot{V}_2 \cdot (\Delta p)_2}{\eta_{is}} = \frac{0,8 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 3,52 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{0,8} \cdot 10^{-3} \frac{\text{kW}}{\text{W}} = 352 \text{ kW}$$

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

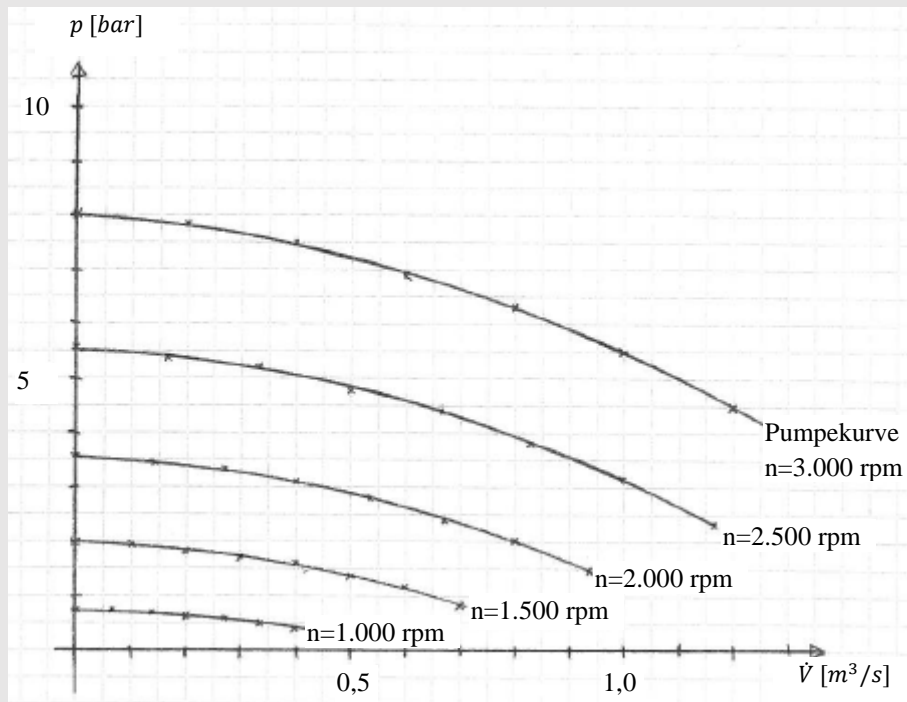
Eksempel 4.1.1

Antages for nemheds skyld, at pumpekurven ved 3.000 rpm følger fl. formel ($p = -2,1 \cdot \dot{V}^2 - 0,4 \cdot \dot{V} + 8$), som er taget fra Fig. 4.1.1. Ved tilpasning af formlerne (3.1.5) og (3.1.6):

$$\dot{V}_{ny} = \dot{V}_{3000} \cdot \left(\frac{n_{ny}}{n_1}\right)^1$$

$$p_{ny} = p_{3000} \cdot \left(\frac{n_{ny}}{n_1}\right)^2 \cong (-2,1 \cdot \dot{V}_{3000}^2 - 0,4 \cdot \dot{V}_{3000} + 5,5) \cdot \left(\frac{n_{ny}}{n_1}\right)^2$$

og indsættelse af ovenstående formel kan pumpens performancekurver for ethvert omdrejningstal bestemmes, og udvalgte performancekurver er grafisk vist på nedenstående figur.



Figuren er optegnet efter fl. tabel.

n=3000	\dot{V}	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40
	p	8,00	7,84	7,50	6,92	6,34	5,50	4,50	3,32
n=2500	\dot{V}	0,00	0,17	0,33	0,50	0,67	0,83	1,00	1,17
	p	5,56	5,44	5,21	4,81	4,40	3,82	3,12	2,31
n=2000	\dot{V}	0,00	0,13	0,27	0,40	0,53	0,67	0,80	0,93
	p	3,56	3,48	3,33	3,08	2,82	2,44	2,00	1,48
n=1500	\dot{V}	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
	p	2,00	1,96	1,88	1,73	1,59	1,38	1,13	0,83
n=1000	\dot{V}	0,00	0,07	0,13	0,20	0,27	0,33	0,40	0,47
	p	0,72	0,71	0,68	0,62	0,57	0,50	0,41	0,30

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

4.2 Drøvleregulering af pumpe i et lukket rørsystem

Hvordan påvirker en ændring af tryktabet i et rørsystem forholdene (tryk og volumenstrøm) i et lukket rørsystem? Det forøgede tryktab i rørsystemet skabes ved at knibe (delvist lukke) en reguleringsventil i rørsystemet. Med reference til Fig. 4.2.1 kan man analysere sig frem til:

- Der tages udgangspunkt i samme pumpe og samme rørsystem, som i afsnit 4.1. Pumpekurven ved 3.000 rpm og rørsystemets anlægskarakteristik ved 1,0 m³/s og tryktab i rørsystemet på 5,5 bar (ref. pkt. (1)) er indtegnet i Fig. 4.2.1
- Sigtet er, at reduceres den cirkulerende volumenstrøm i rørsystemet fra 1,0 m³/s (ref. pkt. (1)) til 0,80 m³/s (ref. pkt. (2)) ved knibning af reguleringsventilen.
- Pumpen kører fast omdrejningstal (3.000 rpm), og når rørsystemets tryktab forøges pga. knibningen af reguleringsventilen, vil driftspunktet flytte opad pumpekurven indtil der nås en balance således, at det ønskede volumenstrøm på 0,80 m³/s etableres. Dette driftspunkt er angivet som pkt. 2 på Fig. 4.2.1. Trykket fra pumpen kan aflæses til 6,34 bar, og en ny anlægskarakteristik kan optegnes (denne er stadig defineret ved at tryktabet falder i 2. potens med volumenstrømmen) og bestemt på fl. måde:

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1}\right)^2 \rightarrow p_{ny} = 6,34 \text{ bar} \cdot \left(\frac{\dot{V}_{ny}}{1}\right)^2, \text{ som giver fl. datasæt:}$$

\dot{V}_{ny}	[m ³ /s]	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
p_{ny}	[bar]	0,00	0,40	1,59	3,57	6,34	9,91	14,27	32,10

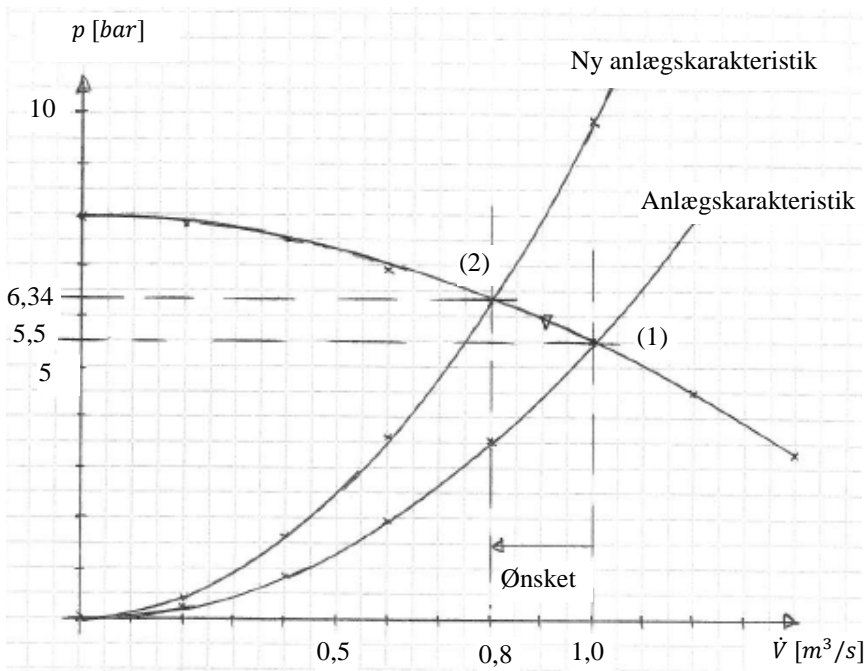


Fig. 4.2.1. Sammenhæng mellem tryk og volumenstrøm ved drøvleregulering af pumpen i et lukket rørsystem

Effektforbruget i både pkt. 1 og 2 ved en antaget isentropisk virkningsgrad på 80 % kan bestemmes på følgende måde:

$$\dot{W}_{i,1} = \frac{\dot{m}_1 \cdot v_1 \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_{is}} = \frac{\dot{V}_1 \cdot (\Delta p)_1}{\eta_{is}} = \frac{1 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 5,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{0,8} \cdot 10^{-3} \frac{\text{kW}}{\text{W}} = 688 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_{i,2} = \frac{\dot{m}_2 \cdot v_2 \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_{is}} = \frac{\dot{V}_2 \cdot (\Delta p)_2}{\eta_{is}} = \frac{0,8 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 6,34 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{0,8} \cdot 10^{-3} \frac{\text{kW}}{\text{W}} = 634 \text{ kW}$$

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

4.3 On/off-regulering af pumpe i et lukket rørsystem

Startes og stoppes pumpen i sekvenser, vil den tidsmidlede volumenstrøm kunne reduceres. Man skal dog være opmærksom på, at større elmotorer uden softstarter eller frekvensomformer ikke tåler mere end 5-6 starter per time, da motoren kan blive overophedet pga. det Ohmske tab ved store startstrømme, som typisk er 5-6 gange mærkestrømmen (den strøm, som motoren trækker ved sin maksimale kontinuerlige belastning).

Ses bort fra den tid, der forbruges til at køre pumpen op og ned i omdrejninger, kan det tidsmidlede effektforbrug for tilvejebringelse af en tidsmidlet volumenstrøm på $0,8 \text{ m}^3/\text{s}$ bestemmes, idet der tages udgangspunkt i driftspunktet (designpunktet: $1 \text{ m}^3/\text{s}$ ved et tryktab i rørsystemet på 5,5 bar – markeret som pkt. 1 på pumpekurven ved 3.000 rpm i Fig. 4.1.1), til:

$$\text{Tidsmidlet flow} = \frac{0,8h \cdot 1,0\text{m}^3/\text{s} + 0,2h \cdot 0\text{m}^3/\text{s}}{(0,8 + 0,2)h} = 0,8\text{m}^3/\text{s}$$

$$\text{Tidsmidlet effektforbrug} = \frac{0,8h \cdot 688\text{kW} + 0,2h \cdot 0\text{kW}}{(0,8 + 0,2)h} = 550 \text{ kW}$$

4.4 Sammenligning af effektforbrug for forskellige reguleringsprincipper, lukket system

Sigtet i kapitlerne 4.1 – 4.3 var at reducere volumenstrømmen i et lukket rørsystem fra $1,0 \text{ m}^3/\text{s}$ (ref. pkt. (1)) til $0,80 \text{ m}^3/\text{s}$ dvs. i alle tilfælde at opnå samme funktion. Der blev anvendt tre forskellige reguleringsmetoder, som hhv. var omdrejningstalsregulering af pumpen, drøvleregulering ved knibning af en reguleringsventil og start/stop af pumpen, og i hvert kapitel blev effektforbruget bestemt. I Fig. 4.4.1 er resultaterne opsummeret.

Reguleringsprincip	Dim.	Effektforbrug (pkt. 1)	Effektforbrug (pkt. 2)	Indeks
Omdrejningstalsregulering af pumpen (kap. 4.1)	kW	688	352	100
Drøvleregulering ved knibning af en reguleringsventil (kap. 4.2)	kW	688	634	180
Start/stop af pumpen (kap. 4.3)	kW	688	550	156

Fig. 4.4.1. Tidsmidlet effektforbrug (indre arbejde) ved tre forskellige reguleringsprincipper for et lukket rørsystem

Af Fig. 4.4.1 ses, at der opnås en markant driftsbesparelse ved at omdrejningstalsregulere en centrifugalpumpe. Hvis funktionskravene til rørsystemet tillader, vil en simpel omlægning af driften fra drøvleregulering til regulering ved start/stop af pumpen kunne give en ikke uvæsentlig besparelse. Man skal dog være opmærksom på, at ikke alle rørsystemer kan omlægges til start/stop sekvenser f.eks. er der vel ingen som ønsker et fjernvarmeforsyningssystem, som ikke giver en kontinuert forsyning af varme.

Det er så ikke underligt, at mange ingeniører har fået fokus på dette forhold, idet en sparet kilowatt i eleffekt – for en maskine, som kører 8.000 driftstimer om året - svarer til en årlig besparelse på elregning ved en typisk elpris i industrisektoren på 0,9 kr./kWh eksklusive moms til:

$$\text{Årlig besparelse} = 1\text{kW} \cdot 8.000\text{h} \cdot 0,9 \text{ kr./kWh} = 7.200 \text{ kr./År}$$

Ved omlægning af vor pumpe fra drøvleregulering til omdrejningstalsregulering, vil der kunne opnås en årlig besparelse på ca. 2 mio. kr. $[(634-352)\text{kW} \cdot 7200\text{kr}/\text{år}]$ – og så har vi ikke indregnet de mekaniske tab i pumpe og tabene i en elmotor. Da det koster ca. 2 mio. kr. for en ny elmotor og en frekvensomformer samt montage, vil omlægningen være tjent hjem efter 1 år, og de efterfølgende år vil firmaet hvert år "tjene" 2 mio. kr. (sparet elregning).

5. Åbent system

Et åbent rørsystem defineres som et system, hvor en pumpe sikrer en ønsket volumenstrøm af en væske mellem to reservoirer. Dette er illustreret på Fig. 5.1. Man kan også sige det på den måde, at pumpen skal levere en trykstigning til volumenstrømmen, som svarer til tryktabet, som opstår, når volumenstrømmen strømmer igennem rørsystemet plus væskesøjletrykket svarende til højdeforskellen mellem væskeniiveauerne i de to reservoirer.

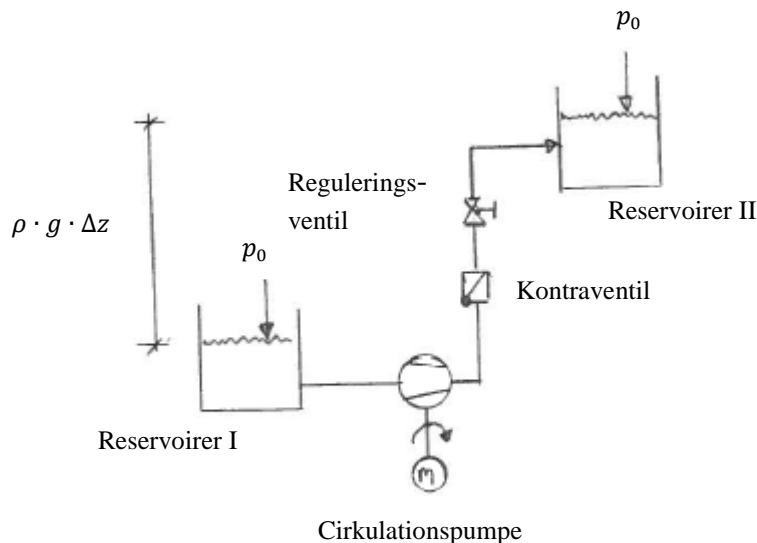


Fig. 5.1. Principskitse for et åbent rørsystem mellem to atmosfæriske reservoirer

På Fig. 5.1 er vist to reservoirer eller tanke, hvor der er lige stort tryk på væskeoverfladerne i reservoirerne og svarende til atmosfæretrykket. En eller begge tanke kunne være lukket og der kunne være et tryk, som afviger fra atmosfæretrykket, hvilket der i givet fald skulle kompenseres for i de efterfølgende beregninger. I dette afsnit ses udelukkende på atmosfæriske tanke.

I rørsystemet på Fig. 5.1 er indsat en kontraventil, som kun tillader væske at strømme i én retning dvs. fra reservoirer I til reservoirer II. En standset centrifugalpumpe vil ikke alene kunne forhindre, at væsken uønsket løber tilbage fra reservoirer II til reservoirer I.

5.1 Omdrejningsregulering af pumpe i et åbent rørsystem

Hvordan påvirker en ændring af omdrejningstallet for en centrifugalpumpe forholdene (tryk og volumenstrøm) i et åbent rørsystem? Med reference til Fig. 4.1.2 kan man analysere sig frem til:

- Der anvendes for nemheds skyld samme pumpe som for det lukkede system i kapitel 4, og pumpekurven ved 3.000 rpm er: $p = -2,1 \cdot \dot{V}^2 - 0,4 \cdot \dot{V} + 8$. Performancekurverne ved omdrejningstalsregulering af denne pumpe blev bestemt i Eksempel 4.1.1. I Fig. 5.1.1 er $p - \dot{V}$ diagrammet udviklet i Eksempel 4.1.1 gengivet.
- Som nævnt indledningsvis skal pumpen levere en trykstigning til volumenstrømmen mellem de to reservoirer, som svarer til tryktabet, som opstår, når volumenstrømmen strømmer igennem rørsystemet plus væskesøjletrykket svarende til højdeforskellen mellem væskeniivaauerne i de to reservoirer. Med reference til Fig. 5.1 kan dette skrives på fl. måde:

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

$$(\Delta p)_{pumpe} = (\Delta p)_{rørsystem} + \rho \cdot g \cdot \Delta z$$

Det skal bemærkes, at **sidste led er uafhængigt af volumenstrømmen i rørsystemet**. I denne sammenhæng antages en anlægskarakteristik efter fl. formel:

$$p = 15,6 \cdot \dot{V}^2 + 2$$

Konstantleddet på 2 bar kunne være opstået som følge af koldt vand ved en densitet på 1.000 kg/m³ skal løftes 20,37 m [$\rho \cdot g \cdot \Delta z = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot 20,37 \text{ m} = 2 \text{ bar}$]. Fl. datasæt kan genereres, og anlægskarakteristikken er optegnet i Fig. 5.1.1:

\dot{V}	[m ³ /s]	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
p	[bar]	2,00	2,16	2,62	3,40	4,50	5,90	7,62	9,64

- C. Af Fig. 5.1.1 ses, at ønskes der en volumenstrøm mellem de to åbne tanke på 0,57 m³/s skal pumpen køre 3.000 rpm og yde et tryk på 7 bar. Dette driftspunkt er markeret på Fig. 5.1.1 som pkt. 1.
- D. Ønskes nu volumenstrømmen mellem de to åbne tanke reduceret til 0,4 m³/s ved omdrejningstalsregulering på pumpen, så flytter driftspunktet nedad anlægskarakteristikken til pkt. 2, som vist i Fig. 5.1.1. I driftspunkt 2 skal pumpen trykke 4,5 bar for at overvinde tryktabet i rørsystemet og det konstante søjletryk på 2 bar. Af Fig. 5.1.1 kan det skønnes, at omdrejningstallet skal reduceres til ca. 2.300 rpm.

Kan det eksakte omdrejningstal bestemmes med hjælp fra matematikken? – svaret er ja! Der skal opstilles en forskrift for enhver performancekurve for pumpen, og fl. ligningssæt skal benyttes:

$$p_{ny} = p_{3000} \cdot \left(\frac{n_{ny}}{n_1}\right)^2 \cong (-2,1 \cdot \dot{V}_{3000}^2 - 0,4 \cdot \dot{V}_{3000} + 5,5) \cdot \left(\frac{n_{ny}}{n_1}\right)^2$$

$$\dot{V}_{ny} = \dot{V}_{3000} \cdot \left(\frac{n_{ny}}{n_1}\right)^1$$

↓

$$\dot{V}_{3000} = \dot{V}_{ny} \cdot \left(\frac{n_1}{n_{ny}}\right)$$

Sammenskrives ovennævnte 2 ligninger og ved indsættelse af $n_1 = 3000$ rpm fås fl. ligning:

$$\frac{8}{3000^2} \cdot (n_{ny})^2 - \frac{0,4 \cdot \dot{V}_{ny}}{3000} \cdot (n_{ny}) - 2,1 \cdot (\dot{V}_{ny})^2 = 0$$

Ved indsættelse af datasættet for pkt. 2 (0,4 m³/s; 4,5 bar) kan ligningen løses for positive rødder, og denne bliver 2.363 rpm.

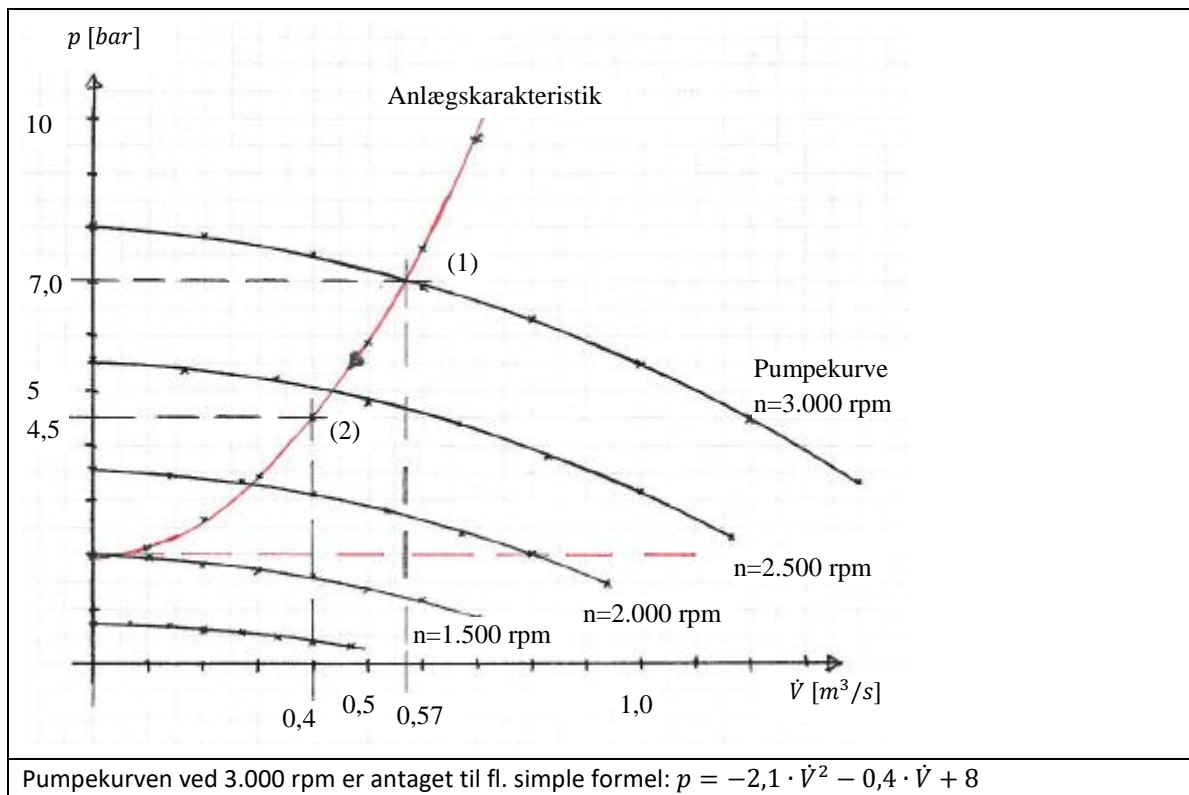


Fig. 5.1.1. Sammenhæng mellem tryk og volumenstrøm som funktion af omdrejningstallet for en pumpe i et åbent rørsystem

Effektforbruget i både pkt. 1 og 2 på Fig. 5.1.1 ved en antaget konstant isentropisk virkningsgrad på 80 % kan bestemmes på følgende måde:

$$\dot{W}_{i,1} = \frac{\dot{m}_1 \cdot v_1 \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_{is}} = \frac{\dot{V}_1 \cdot (\Delta p)_1}{\eta_{is}} = \frac{0,57/s \cdot 7,00 \cdot 10^5 Pa}{0,8} \cdot 10^{-3} \frac{kW}{W} = 499 kW$$

$$\dot{W}_{i,2} = \frac{\dot{m}_2 \cdot v_2 \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_{is}} = \frac{\dot{V}_2 \cdot (\Delta p)_2}{\eta_{is}} = \frac{0,40 m^3/s \cdot 4,50 \cdot 10^5 Pa}{0,8} \cdot 10^{-3} \frac{kW}{W} = 225 kW$$

5.2 Drøvleregulering af pumpe i et åbent rørsystem

Hvordan påvirker en ændring af tryktabet i et rørsystem forholdene (tryk og volumenstrøm) i et åbent rørsystem? Det forøgede tryktab i rørsystemet skabes ved at knibe (delvist lukke) en reguleringsventil i rørsystemet. Med reference til Fig. 5.2.1 kan man analysere sig frem til:

- A. Der tages udgangspunkt i samme pumpe og samme rørsystem, som i afsnit 5.1. Pumpekurven ved 3.000 rpm og rørsystemets anlægskarakteristik er indtegnet i Fig. 5.2.1. Et driftspunkt ved 0,57 m³/s og tryktab i rørsystemet på 7 bar (ref. pkt. (1)) er markeret.
- B. Sigtet er, at reducere volumenstrømmen mellem de åbne tanke fra 0,57 m³/s (ref. pkt. (1)) til 0,40 m³/s (ref. pkt. (2)) ved knibning af en reguleringsventil.

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

- C. Pumpen kører fast omdrejningstal (3.000 rpm), og når rørsystemets tryktab forøges pga. knibningen af reguleringsventilen, vil driftspunktet flytte opad pumpekurven indtil der nås en balance således, at det ønskede volumenstrøm på 0,40 m³/s etableres. Dette driftspunkt er angivet som pkt. 2 på Fig. 5.2.1. Trykket fra pumpen kan aflæses til 7,5 bar, og en ny anlægskarakteristik kan optegnes.

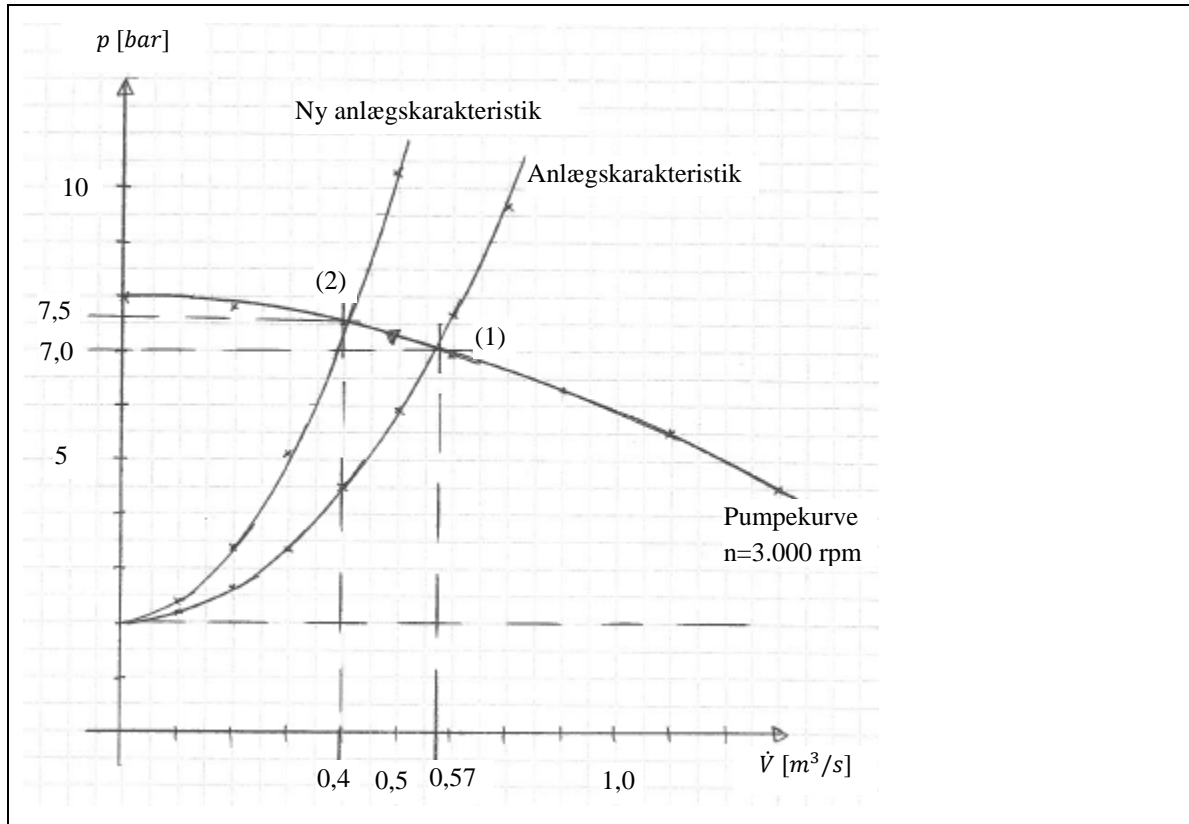


Fig. 5.2.1. Sammenhæng mellem tryk og volumenstrøm ved drøvleregulering af pumpen i et åbent rørsystem

Effektforbruget i både pkt. 1 og 2 ved en antaget isentropisk virkningsgrad på 80 % kan bestemmes på følgende måde:

$$\dot{W}_{i,1} = \frac{\dot{m}_1 \cdot v_1 \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_{is}} = \frac{\dot{V}_1 \cdot (\Delta p)_1}{\eta_{is}} = \frac{0,57 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 7 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{0,8} \cdot 10^{-3} \frac{\text{kW}}{\text{W}} = 499 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_{i,2} = \frac{\dot{m}_2 \cdot v_2 \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_{is}} = \frac{\dot{V}_2 \cdot (\Delta p)_2}{\eta_{is}} = \frac{0,4 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 7,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{0,8} \cdot 10^{-3} \frac{\text{kW}}{\text{W}} = 375 \text{ kW}$$

5.3 On/off-regulering af pumpe i et åbent rørsystem

Som det gjorde sig gældende for et lukket system kan pumpen i et åbent system startes og stoppes i sekvenser, og den tidsmidlede volumenstrøm kan reduceres. Denne reguleringsform egner sig glimrende for visse åbne systemer, hvis det kan tillades, at væskenniveauerne i tankene må variere inden for visse tolerancer.

Man skal dog være opmærksom på, at større elmotorer uden softstarter eller frekvensomformer ikke tåler mere end 5-6 starter per time, da elmotoren kan blive overophedet pga. det Ohmske tab ved store startstrømme.

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

Ses bort fra den tid, der forbruges til at køre pumpen op og ned i omdrejninger, kan det tidsmidlede effektforbrug for tilvejebringelse af en tidsmidlet volumenstrøm på $0,4 \text{ m}^3/\text{s}$ bestemmes, idet der tages udgangspunkt i driftspunktet $0,57 \text{ m}^3/\text{s}$ og tryktab i rørsystemet på 7 bar (ref. pkt. (1)), til:

$$\text{Tidsmidlet flow} = \frac{0,7\text{h} \cdot 0,57\text{m}^3/\text{s} + 0,3\text{h} \cdot 0\text{m}^3/\text{s}}{(0,7 + 0,3)\text{h}} = 0,4\text{m}^3/\text{s}$$

$$\text{Tidsmidlet effektforbrug} = \frac{0,7\text{h} \cdot 499\text{kW} + 0,2\text{h} \cdot 0\text{kW}}{(0,7 + 0,3)\text{h}} = 349 \text{ kW}$$

5.4 Sammenligning af effektforbrug for forskellige reguleringsprincipper, åbent system

Sigtet i kapitlerne 5.1 – 5.3 var at reducere volumenstrømmen i et åbent rørsystem fra $0,57 \text{ m}^3/\text{s}$ (ref. pkt. (1)) til $0,40 \text{ m}^3/\text{s}$ dvs. i alle tilfælde at opnå samme funktion. Der blev anvendt tre forskellige reguleringsmetoder, som hhv. var omdrejningstalsregulering af pumpen, drøvleregulering ved knibning af en reguleringsventil og start/stop af pumpen, og i hvert kapitel blev effektforbruget bestemt. I Fig. 5.4.1 er resultaterne opsummeret.

Reguleringsprincip	Dim.	Effektforbrug (pkt. 1)	Effektforbrug (pkt. 2)	Indeks
Omdrejningstalsregulering af pumpen (kap. 5.1)	kW	499	225	100
Drøvleregulering ved knibning af en reguleringsventil (kap. 5.2)	kW	499	375	167
Start/stop af pumpen (kap. 5.3)	kW	499	349	155

Fig. 5.4.1. Tidsmidlet effektforbrug (indre arbejde) ved tre forskellige reguleringsprincipper for et åbent rørsystem

Af Fig. 5.4.1 ses, at der opnås en markant driftsbesparelse ved at omdrejningstalsregulere en centrifugalpumpe. Hvis funktionskravene til rørsystemet tillader, vil en simpel omlægning af driften fra drøvleregulering til regulering ved start/stop af pumpen kunne give en ikke uvæsentlig besparelse. Man skal dog være opmærksom på, at ikke alle rørsystemer kan omlægges til start/stop sekvenser.

Det er så ikke underligt, at mange ingeniører har fået fokus på dette forhold, idet en sparet kilowatt i eleffekt – for en maskine, som kører 8.000 driftstimer om året - svarer til en årlig besparelse på elregning ved en typisk elpris i industrien på $0,9 \text{ kr./kWh}$ eksklusive moms til:

$$\text{Årlig besparelse} = 1\text{kW} \cdot 8.000\text{h} \cdot 0,9 \text{ kr./kWh} = 7.200 \text{ kr./År}$$

Ved omlægning af vor pumpe fra drøvleregulering til omdrejningstalsregulering, vil der kunne opnås en årlig besparelse på ca. 2 mio. kr. $[(499-225)\text{kW} \cdot 7200\text{kr}/\text{år}]$ – og så har vi ikke indregnet de mekaniske tab i pumpe og tabene i en elmotor. Da det koster ca. 2 mio. kr. for en ny elmotor og en frekvensomformer samt montage, vil omlægningen være tjent hjem efter 1 år, og de efterfølgende år vil firmaet hvert år "tjene" 2 mio. kr. (sparet elregning).

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

6. Valg af elmotor til en pumpe

Valg af elmotor til en pumpe skal gøres med en vis omhu for at sikre, at denne ikke bliver overbelastet. Noget af det første man skal overveje er hvilke designtillæg, som man ønsker. Antag, at man har bestemt en pumpe, som skal yde 0,8 m³/s ved et tryktab i rørsystemet på 5,5 bar, hvilket benævnes 100 % last punkt.

Da pumpen vil blive slidt og med tiden nok ikke kan yde dette punkt, må den købes lidt større. Et godt designtillæg kunne være 10 % på volumenstrøm dvs. et designpunkt, som kunne kaldes 110 % eller designpunktet.

Ihukommende formel 3.1.6 skal pumpe i 110 % punktet yde et tryk på 121 % jf. formlerne (3.1.5) og (3.1.6):

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1}\right)^2 = p_1 \cdot \left(\frac{1,1 \cdot \dot{V}_1}{\dot{V}_1}\right)^2 = 1,21 \cdot p_1$$

Et andet forhold, som støtter designtillægget, er, at pumpeleverandøren indrømmes visse standard/norm-givne (f.eks. ISO mv.) tolerancer for pumpen ved levering. Køber man en pumpe med en ydelse på 0,8 m³/s, kan leverandøren ikke drages til ansvar, hvis pumpen leverer i intervallet 0,8 +/-3% dvs. 0,776 - 0,824 m³/s.

Fl. tabel kan opstilles:

Position	Dim.	100 %	110 % (design)
Volumenstrøm	m ³ /s	0,8	1,1*0,8 = 0,88
Pumpetryk (Δp)	bar	5,5	1,21*5,5 = 6,66

Kombineres formlerne (3.1.1) og (3.1.3) fås:

$$\dot{P}_{el} = \frac{\dot{V} \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_m}$$

Antages fl. værdier og at disse er konstante:

$$\eta_{is} = 0,80$$

$$\eta_{mek} = 0,97$$

$$\eta_{gear} = 1 \text{ (antaget ingen gear)}$$

$$\eta_m = 0,96$$

Kan effektforbruget for pumpen bestemmes til:

Position	Dim.	100 %	110 %
Volumenstrøm	m ³ /s	0,8	1,1*0,8 = 0,88
Pumpetryk	bar	5,5	1,21*5,5 = 6,66
Akseleffekt fra elmotor	kW	567	756
Eleffekt fra nettet	kW	591	787

En elmotor udvælges ud fra den kontinuerte effekt, som den skal afsætte til sin aksel dvs. de 756 kW. Der findes en række leverandører af standard asynkronmotorer på markedet f.eks. Siemens. Asynkron betyder, at den ikke helt kan opretholde 3.000 rpm men måske ca. 2.990 rpm ved to poler og en netspænding og netfrekvens på hhv. 690 V og 50 Hz. Nedenstående tabel er uddraget af Siemens motorkatalog:

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

Mærkeeffekt	rpm	η_m (4/4-last)	η_m (3/4-last)	$\text{Cos}\phi$ (4/4-last)	Vægt
[kW]	[min ⁻¹]	[%]	[%]	[-]	[kg]
680	2.986	97,2	97,2	0,92	3.300
775	2.987	97,2	97,2	0,92	4.100
875	2.987	97,3	97,3	0,92	4.300
970	2.987	97,4	97,4	0,92	4.500

Motorvalg ved drøvleregulering:

Der vælges nærmeste større standardmotor dvs. **775 kW** (>756 kW).

Motorvalg ved omdrejningstalsregulering:

Her skal man være opmærksom på, at vekselspændingen forvrænges lidt (nettets sinuskurve bliver til en lidt kantet sinuskurve) igennem en frekvensomformer, og dette medfører en ekstra opvarmning i motoren. Den praktiske håndregel er, at man vælger en standardmotor som er mindst 8 % større end kravet til maksimal akseffekt fra elmotoren dvs. $1,08 \cdot 756 = 817$ kW. **Valget bliver derfor motorstørrelsen på 875 kW.**

Frekvensomformere vælges ud fra effekten uden kompensation for $\text{Cos}\phi$ dvs. i kVA. **Der skal vælges en standard frekvensomformer på mindst $875/0,92 = 951$ kVA.**

Det er godt råd, at inddrage leverandøren af motor og frekvensomformer tidligt i designforløbet, og herved drage nytte af leverandørens kendskab til alle detaljer. Der er skønsmæssigt for godt 1 mio. kr. i indkøb.

Det bør bemærkes, at spændingen er 690 V, idet 400 V ville give for store strømme og derved nogle meget tykke forsyningskabler.

Det manglende omdrejningstal bør ligeledes bemærkes – husk, at effekten er proportional med omdrejningstallet i 3. potens. Normalt laver pumpeleverandørerne performancekurverne ud fra realistiske omdrejningstal dvs. 2.987 rpm.

Der er selvfølgelig andre forhold, som gør sig gældende, når man skal udvælge en elmotor og en frekvensomformer, herunder:

- Kapslingsgrad
- Isolationsklasse
- Energiklasse
- Byggeform
- Behov for fremmedkøling ved kontinuerlig drift ved lave omdrejningstal
- mv.

7. Kavitation

Kavitation er et fænomen, som skal undgås i pumper. Årsagen til kavitation er dannelse af gasbobler i væsken ved indløbet til pumpen. Dette sker, når det statiske tryk er under fordampningstrykket for væsken eller med andre ord, at væsken begynder at fordampe (koge).

De fleste væsker - f.eks. vand, olier og lignende - vil gå på gasform, når trykket sænkes tilstrækkeligt. For vand ved 100 °C vil der dannes dampbobler i væsken, hvis det statiske tryk falder under 1 bara. For vand ved 20 °C skal trykket ned på 0,023 bara før der sker dampdannelse. Oplysninger om væskers fordampningstryk eller damptryk kan findes ved opslag i litterære værker.

Virkningen af kavitation er, at når en væske med gasbobler strømmer ind i en pumpe, vil gasboblerne pga. trykophobningen i pumpen "klappe sammen" eller med et finere ord implodere (modsat eksplodere). Impllosionen afstedkommer trykbølger, som kan være ødelæggende for metaloverflader. Ved kraftig kavitation kan en pumpe indvendige overflader være ødelagt i løbet af få ugers drift.

Leverandører af pumper angiver retningslinjer i deres salgsmaterialet således, at konstruktører af rørsystemer kan undgå kavitation. Leverandøren angiver en NPSH-kurve for pumpen, hvor NPSH står for Net Positive Suction Height. Der angives en kurve, da NPSH for pumpen er flowafhængig dvs. stigende krav til NPSH ved stigende flow.

NPSH er pumpeleverandørens minimumskrav til stagnationstryk ved pumpens indløb, men udtrykt som en væskesøjle i [m]. NPSH kan dog omregnes til et tryk i [bar] ved brug af formlen: $\rho \cdot g \cdot NPSH$.

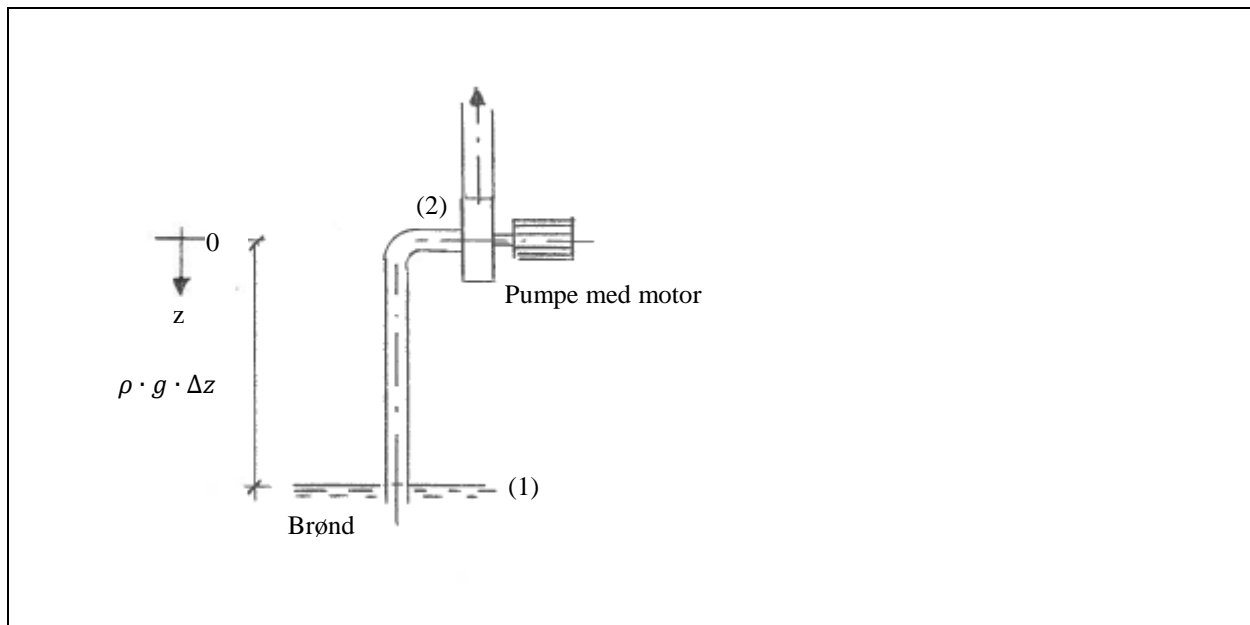


Fig. 7.1. Skitse af rørsystem, som suger fra en brønd

Med udgangspunkt i Bernoulli's ligning angivet i formel (2.2.1.1) og med reference til Fig. 5.1 kan fl. udtryk for stagnationstrykket ($p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_2^2$) ved pkt. 2 opstilles:

$$p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_2^2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_1^2 + \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2)$$

Bernoulli's ligning gælder som bekendt for en tabsfri strømning, og der indføres et led for tryktab mellem pkt. 1 og pkt. 2 (Δp_{12}) i ligningen:

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

$$(p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_2^2) = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_1^2 + \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) - \Delta p_{12}$$

For at undgå kavitation skal følgende betingelse være opfyldt:

$$(p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_2^2) - p_{fordampning} > \Delta p_{NPSH} = \rho \cdot g \cdot NPSH$$

Eksempel 7.1

Hvad er den maksimale brønddybde for at undgå kavitation for en pumpe med et krav til NPSH på 4 m ved det nominelle flow?

Antagelser:

- $c_1 = 0 \text{ m/s}$
- $c_2 = 1 \text{ m/s}$
- $\Delta p_{12} = 0,1 \text{ bar}$
- $p_1 = p_0 = 1,013 \text{ bara}$
- $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$
- $T_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow p_{fordampning}(10 \text{ }^\circ\text{C}) = 0,012 \text{ bara (fra Damptabel)}$

Stagnationstrykket bestemmes:

$$\begin{aligned} (p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_2^2) &= p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_1^2 + \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) - \Delta p_{12} \\ &= 1,013 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 0^2 \cdot 10^{-5} + 1000 \cdot 9,82 \cdot (z_1 - z_2) \cdot 10^{-5} - 0,1 \\ &= 0,913 + 9820 \cdot (z_1 - z_2) \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

Der skal således gælde:

$$\begin{aligned} (p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_2^2) - p_{fordampning} &> \Delta p_{NPSH} = \rho \cdot g \cdot NPSH \\ \downarrow \\ (0,913 + 9820 \cdot (z_1 - z_2) \cdot 10^{-5}) - 0,012 &> 1000 \cdot 9,82 \cdot 4 \cdot 10^{-5} \\ \downarrow \\ (z_1 - z_2) &> -5,1 \text{ m} \end{aligned}$$

Væskespejlet i brønden skal være højere end -5,1 mærket, hvor 0-punktet er centrelinjen i pumpens indløbsstuds – eller med andre ord, at brønden ikke må være dybere end 5,1 m.

Det noteres, at vurderingen af om der opstår kavitation i en pumpe er uafhængig af performancekrav til pumpen dvs. volumenstrøm og pumpetryk.

Hvis der skal pumpes kogende (eller tæt på fordampningspunktet) væsker har man en udfordring, da et lille trykfald før pumpen betyder gasdannelse og det er svært at opfylde pumpeleverandørens krav til NPSH. Ved kogende væsker kan pumpen med fordel placeres under reservoiret med den kogende væske, som det er illustreret på Fig. 7.2. Søjletrykket fra væsken ($\rho \cdot g \cdot \Delta z$) i tilløbsrøret vil afstedkomme et højere tryk ved pumpens tilgang, og hjælpe til at modvirke kavitation i pumpen.

Princippet er vist på Fig. 7.2 og anvendes f.eks. på kraftværker, hvor der netop skal pumpes mættet vand ved $x = 0$ fra fødevandstanken til kedlens dampbeholder.

Fødevandstanken på et kraftværk er typisk placeret 10-12 m over fødevandspumpen, og et typisk krav til NPSH er 5-7 m fra leverandøren af kedelfødevandspumpen. Der er således plads til lidt tryktab i rørlledning mellem fødevandstank og kedelfødevandspumpe samt armaturer som f.eks. filteret vist på Fig. 7.2.

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

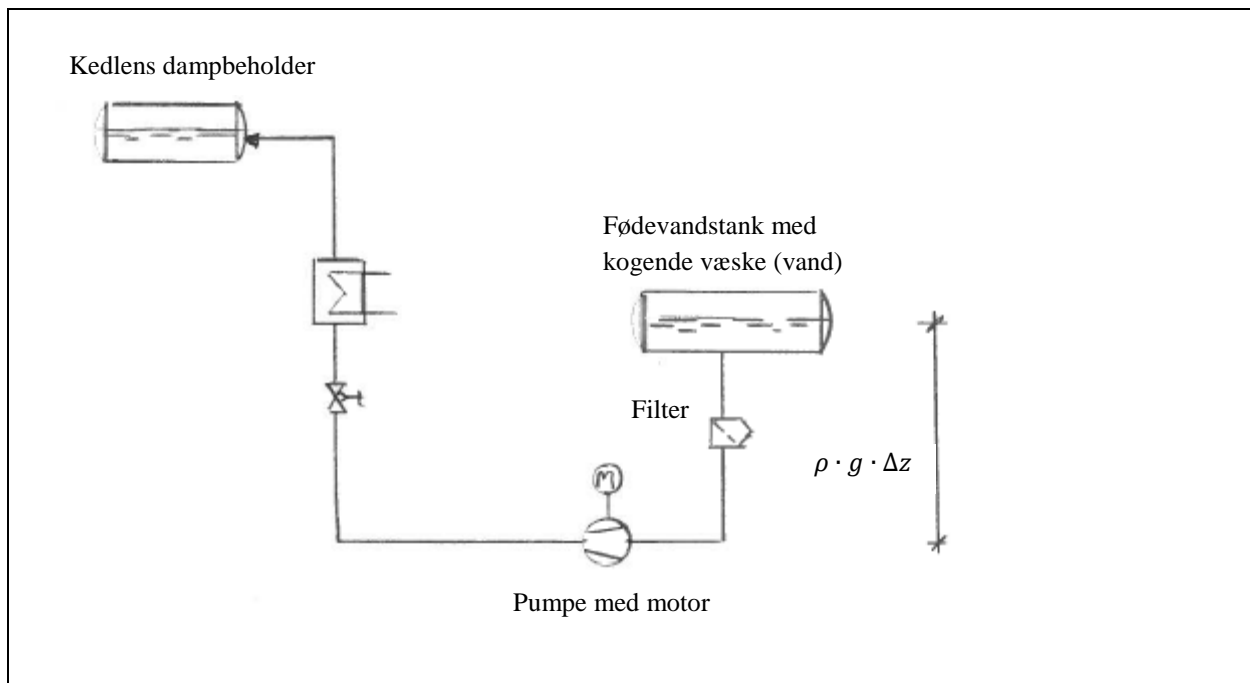


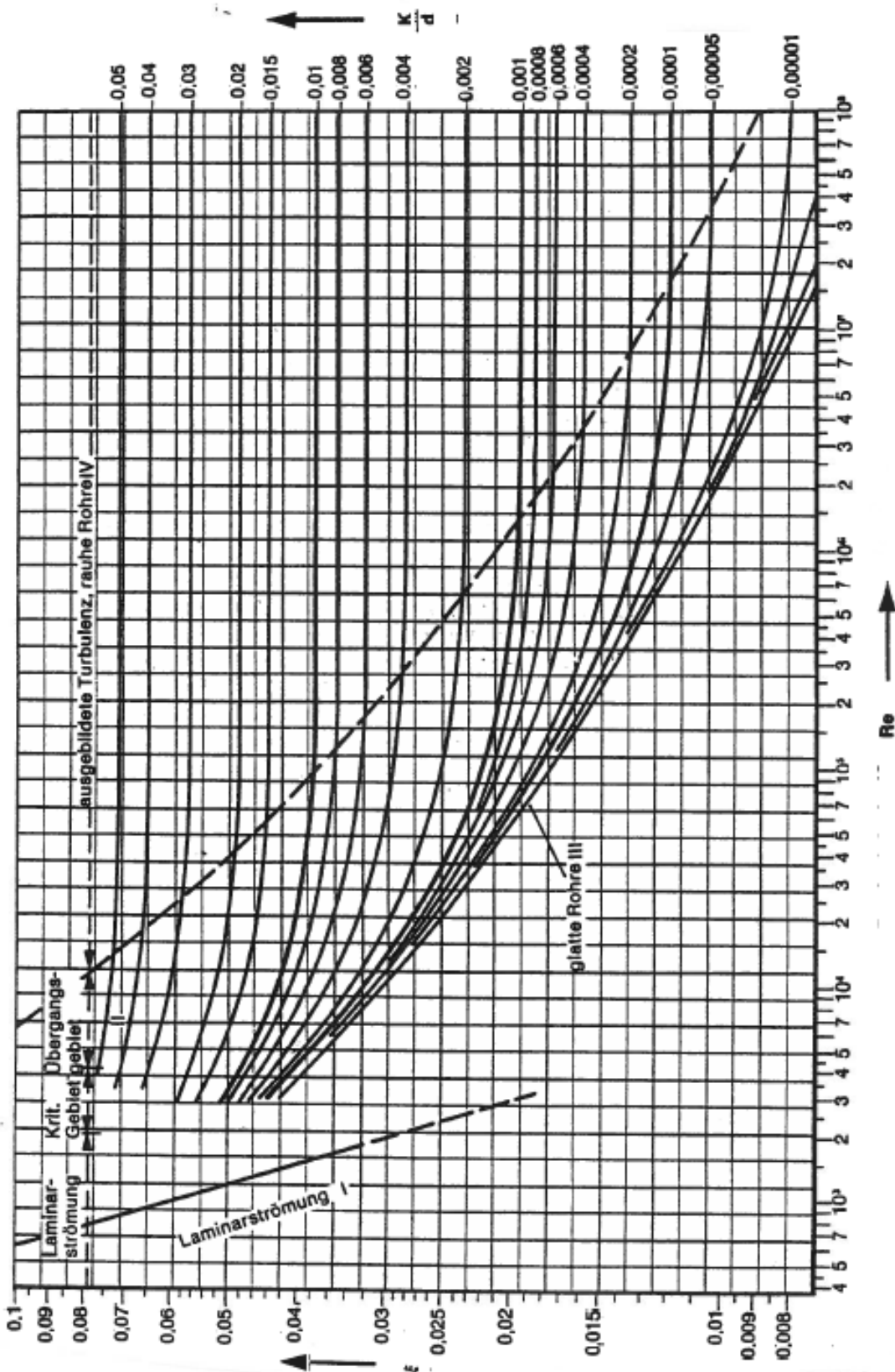
Fig. 7.2. Skitse af system, som er velegnet til pumpning af væsker på eller tæt ved kogepunktet.

Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

Bilag 1

Graf til bestemmelse af ξ_{frik} -værdien eller også benævnt Darcy-faktoren

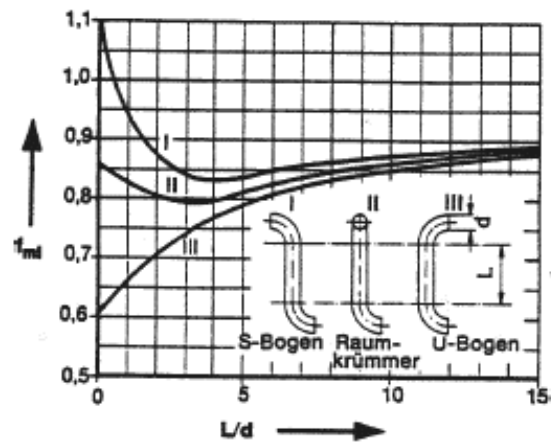
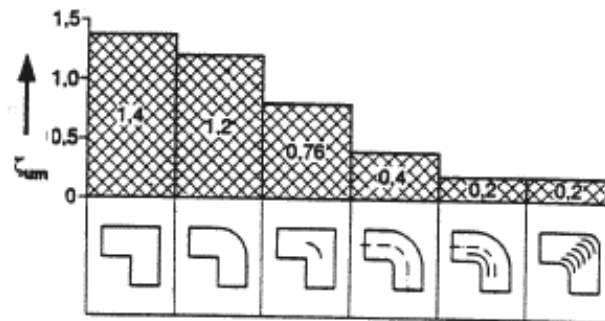
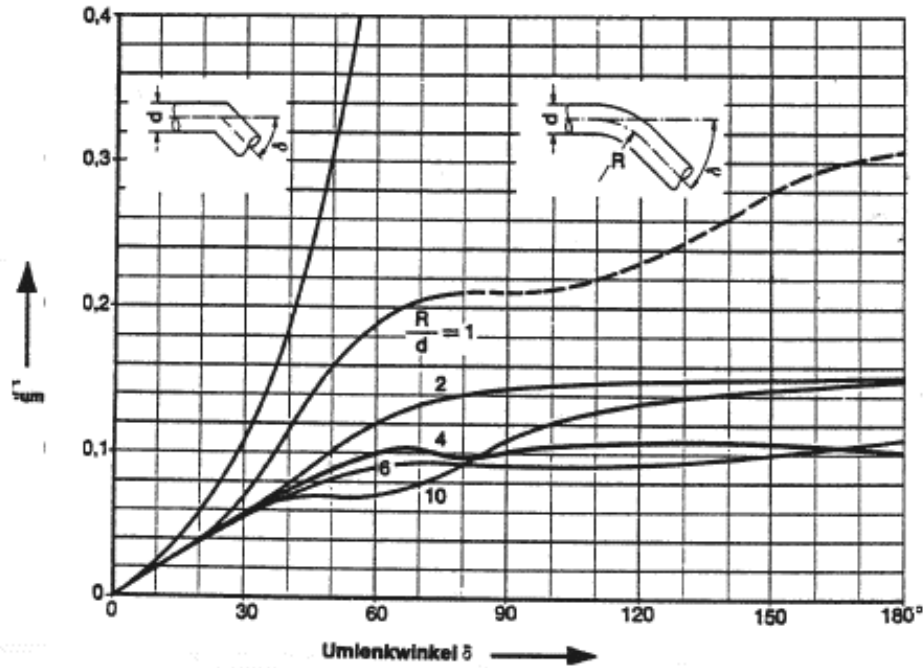


Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik

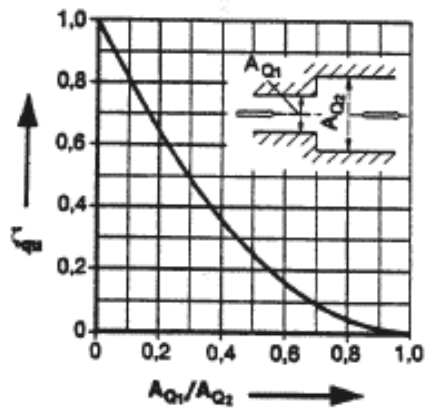
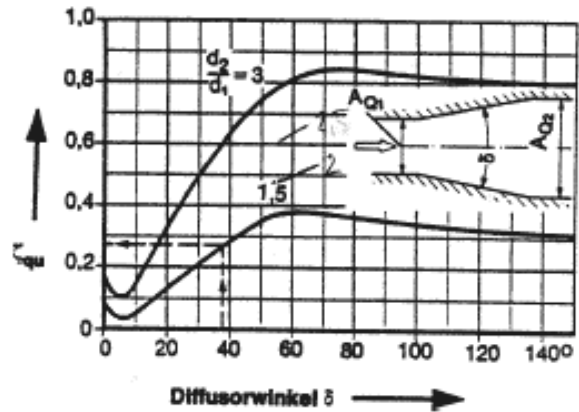
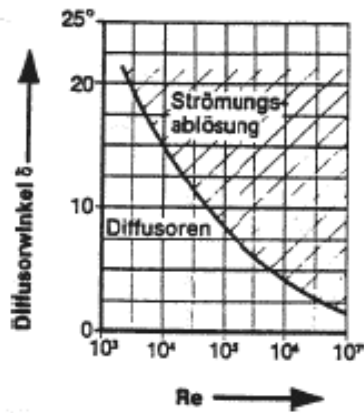
Bilag 2

ξ_{geo} -værdier for forskellige fittings



Anvendt pumpelære - Introduktion

Undervisningsnotat på DTU Diplom, Maskinteknik



Form	Kante	ζ_{qu}
	scharf	0,50
	gebrochen	0,25
	abgerundet	0,06
	vor-springend	bis 3,0
	scharf	$0,5 + 0,3 \cos \delta + 0,2 \cos^2 \delta$
	scharf	1,0

