



Fatiguestyrken af beton og lignende viskoelastiske med ældning

Nielsen, Lauge Fuglsang

Publication date:
1989

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

Citation (APA):
Nielsen, L. F. (1989). *Fatiguestyrken af beton og lignende viskoelastiske med ældning*. Technical University of Denmark, Department of Civil Engineering.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

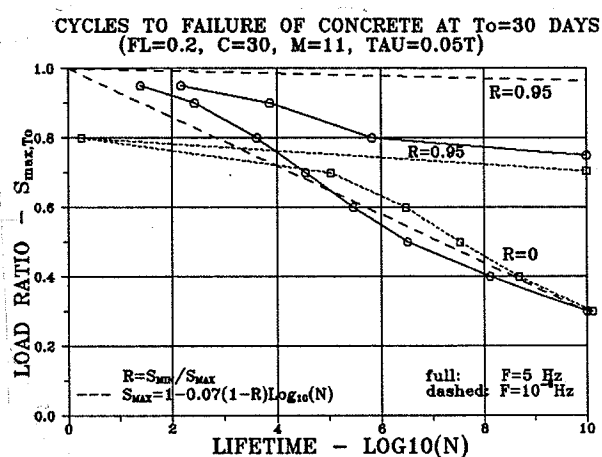
- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Et forskningsoplæg vedrørende

FATIGUE-STYRKEN AF BETON
 OG LIGNENDE VISKOELASTISKE SYSTEMER MED ALDNING

Lauge Fuglsang Nielsen



Laboratoriet for Bygningsmaterialer
 Danmarks Tekniske Højskole
 Bygning 118
 2800 Lyngby

FATIGUE-STYRKEN AF BETON OG LIGNENDE VISKOELASTISKE SYSTEMER MED ÆLDNING

Lauge Fuglsang Nielsen

Laboratoriet for Bygningsmaterialer
Danmarks Tekniske Højskole
2800 Lyngby, Danmark

Resumé: Hidtidige fatigue-teorier har ikke i tilstrækkelig grad tilgodeset de betragtede materialernes tidsafhængige egenskaber. Som et resultat heraf sætter normerne kun fatiguestyrken i relation til antal svingninger til brud. Med basis i forfatterens tidligere brudmekaniske arbejder vedrørende materialers levetid analyseres de afvigelser fra reel opførsel, der kan forventes at forekomme, når en således simplificeret styrkeprediktion anvendes på beton og lignende viskoelastiske materialer med ældning. Undersøgelsen skal opfattes som et forskningsoplæg, der kan være nyttigt i planlægning af de fremtidige fatigueforsøg, der nødvendigvis må udføres før et tilstrækkeligt sikkert beregningsgrundlag kan etableres for avancerede svingningspåvirkede betonkonstruktioner. Et fortranprogram til numerisk evaluering af de præsenterede teoretiske resultater er bilagt som et appendix.

I. INDLEDNING

Begrebet, fatigue (fr. udmattelse), refererer i materiallæren til et materiales mekaniske opførsel under svingende belastning.

I betonteknologien har fatigue været et forskningsemne i det sidste halve århundrede. Men det er først i de seneste 10 år, at fænomenets praktiske betydning for alvor er blevet relevant, idet anvendelsen af højstyrkebeton i forbindelse med rafinerede beregningsmetoder har muliggjort slanke konstruktioner med et mindre forhold mellem egenvægt og bevægelige belastning. Nye konstruktionstyper som offshore-konstruktioner, udsat for vind- og bølgepåvirkninger er oplagte eksempler, hvor hensyntagen til fatigue er af vital betydning.

De vigtigste resultater fra forskningen af fatigue i beton er fornylig sammenfattet i (1). Det fremgår her, at en rimelig god beskrivelse af eksperimentelt fundne fatiguestyrker under harmoniske lastsvingninger kan opnås ved følgende formel, foreslået af Tepfers og Kutti (2)

$$S_{MAX} = 1 - \theta * (1 - R) * \text{LOG}_{10}(N) \quad (1)$$

hvor $\theta \approx 0.06-0.08$ og

$$\begin{array}{ll} S_{MAX} = \sigma_{MAX} / \sigma_B & \text{normeret fatiguestyrke} \\ R = \sigma_{MIN} / \sigma_{MAX} & \text{lastbrøk} \\ N & \text{antal svingninger til brud} \end{array} \quad (2)$$

hvor σ_{MAX} og σ_{MIN} er lastens maximum- henholdsvis minimumamplitude, mens σ_B er den traditionelle (statiske) styrke.

Det skal understreges, at Ligning 1 er rent empirisk og derved kun kan forventes at gælde for materialer og belastningsarrangementer, der ligner dem på hvilke den er kalibreret. Det vil stort set sige, at formlen gælder for en velmoden normalbeton ($\sigma_B < 60$ MPa), afprøvet i normalt rumklima under en 1 - 5 Hz sinusvarierende last med en lastbrøk, R, der ligger et godt stykke under 1.

Der er altså en række begrænsninger på udtrykkets praktiske anvendelse. Hvilke styrker kan forventes, når omstændighederne afviger fra "standard" - for eksempel derved, at klimaet og/eller belastningstidspunkt og/eller frekvensen ændres. Og hvad sker der når lastbrøken kommer tæt på 1 (konstant last) - eller det betragtede materiale er en moderne højstyrkebeton.

Det kan umiddelbart konstateres, at Ligning 1 med en predikteret invariant styrke under konstant last ($R = 1$) giver et forkert resultat. Rüschi (3) har klart vist, at der altid fremkaldes brud i beton, der er konstant-belastet til mere end ≈ 70 % af korttidsstyrken.

Generelt kan spørgsmålene imidlertid kun besvares, når den anvendte betons materialeegenskaber drages ind i billedet under hensyntagen til tidens indflydelse på krybning og styrke.

Formålet med det foreliggende notat er at bidrage til en besvarelse af nogle af de stillede spørgsmål. Det gøres ved at "konfrontere" Tepfer og Kutti's resultater med resultater fra en teori (ex. 4,5), som nærværende forfatter tidligere har opstillet til levetidsanalyse af defekte viskoelastiske materialers som for eksempel beton, træ og plast. Teorien har med held været anvendt til prediktion af træs levetid under konstant last (6)

og til forklaring træ og træbaserede materialers (spånpladers) fatiguestyrke (7,8).

Det understreges, at notatets formål er at bidrage til en besvarelse af spøtgsmaalene. De udviklede resultater må altså ikke opfattes som en "færdig" fatigue-teori for beton. Hertil er det eksisterende eksperimentelle grundlag for mangelfuldt, ikke-eksisterende eller for udetaljeret. Der er snarere tale om en første arbejds-hypothese, der kan være nyttig i planlægning af de fremtidige fatigueforsøg, der nødvendigvis må udføres før et tilstrækkeligt sikkert beregningsgrundlag kan etableres for avancerede svingningspåvirkede betonkonstruktioner.

II. GRUNDLAG FOR FATIGUE-ANALYSE

Materialer med Clouser- krybning:

Den i (7,8) udviklede revneteorien for viskoelastiske materialers adfærd under fatiguepåvirkning gælder umiddelbart for materialer, hvor krybningen kan beskrives ved det såkaldte Clouser-udtryk (9) som modificeret af nærværende forfatter (10) til følgende normerede krybningsfunktion, $C(t)$,

$$C(t) = 1 + (t/\tau)^b \quad (3)$$

hvor t betegner tid. Konstanterne, τ og b , er materialets relaxationstid henholdsvis krybningsekspONENT.

Følgende udtryk er udledt i (8) til bestemmelse af styrken under en blokvarierende last, hvor den maximumlasten virker i brøkdelen β og minimumlasten i brøkdelen $1-\beta$ af svingningstiden, T .

$$A \left(\frac{dN}{dk} \right)^b + (B \frac{dN}{dk} - D) \underline{f} = 0 \quad (4)$$

N er antal lastsvingninger og k er den såkaldte "damage ratio", der går fra 1 til den kritiske værdi, $k_{cr} = 1/S_{max}^2$, hvor brud indtræder. Den dimensionsløse lastfrekvens er givet ved $\underline{f} = f \cdot \tau$, hvor f er den reelle frekvens. Som angivet i Appendix I kombinerer parametrene, A og B "damage rate power" med materialekonstanter og detaljlangivelser vedrørende lastvariationen, mens D udelukkende afhænger af produktet, $k \cdot S_{max}^2$.

En vigtig materialekonstant, styrkeniveauet FL, indgår i parametrene A og B. Den kombinerer ved $FL = \sigma_{\infty} / \sigma_L$ den aktuelle (korttids)styrke, σ_{∞} , med den teoretiske styrke (uden revner), σ_L .

Af materialekonstanter, der specifikt angår fatigue er der kun tre, nemlig "damage rate power", M, "damage rate constant", C, og "lower efficiency factor", U_{∞} .

Det er vist i (7,8), hvordan parameteren, M, kan skønnes udfra et S-N diagram, hvor $S_{MAX} \approx 0.8-0.4$ (med $R = 0$) er afbildet som funktion af 10-talslogarithmen af de tilsvarende målte levetider (N). Skønnet er

$$M \approx 10 * [2 * \log_{10}(1/Z) - 1] \quad (5)$$

hvor

$$Z = - \frac{d(S_{MAX})}{d(\log_{10}N)} \quad \text{ved } S_{MAX} \approx 0.6 \quad (6)$$

For træ er fatiguekonstanterne i (7,8) udledt til

$$M \approx 9 \quad C \approx 3 \quad U_{\infty} \approx 0.4 \quad (\text{træ}) \quad (7)$$

For fuldstændighedens skyld skal nævnes, at krybningsparametrene for træ normalt kan ansættes til $b \approx 0.25$ og $\tau \approx 10$ døgn. Relaxationstiden, der er ekstremt fugtafhængig, relaterer til træs forskydning tæt på brudmekanismerne (ex. fiber- eller fiberkontaktdefekter i knastfrit træ) og er derfor mindre end det tilsvarende $\tau \approx 1000$ døgn, der gælder for makroskop adfærd.

For konstruktionstræ og knastfrit træ er $FL \approx 0.05-0.2$ henholdsvis $FL \approx 0.2-0.4$.

Betonmaterialer:

Teorien for fatigue i materialer med Clouserkrybning kan også anvendes på beton, når følgende justeringer indføres:

Styrkeudviklingen i beton kan tilnærmet regnes at forløbe efter

$$\frac{\sigma_{\infty}}{\sigma_{\infty}} \approx 1 - 0.5 \left(\frac{3}{\mu * t} \right)^{0.4\delta} \quad (t, \text{ alder i døgn}) \quad (8)$$

hvor σ_{∞} er styrken efter meget lang tid. Parametrene, α og δ , tilgodeser klima og cementtype. Udtrykket er inspireret af et lignende udtryk i (11,12), hvor det i

formen $g(t) \approx 1 - 0.5*[3/(\mu*t)]^{0.25}$ beskriver cementhydrateringens udvikling, $g(t)$.

For en "normallagret normalbeton" kan vi sætte $\mu \approx \delta = 1$. Herefter bliver lastniveauet, $S_{MAX} = \sigma_{MAX}/\sigma_B$, tidsafhængigt ved

$$S_{MAX} = \frac{1 - 0.5(3/t_0)^{0.4}}{1 - 0.5(3/t)^{0.4}} S_{MAX,t_0} \quad (t, \text{ alder i døgn}) \quad (9)$$

hvor $S_{MAX,t_0} = \sigma_{MAX}/\sigma_{B,t_0}$ er lastniveauet i forhold til styrken på belastningstidspunktet, t_0 .

Styrkeniveauet, FL (aktuel styrke/teoretisk styrke), antages at være invariant. Det vil sige, at vi skønner den fejlbedingede styrke til at variere med tiden på samme måde som den "fejlfri" styrke.

I simplificeret form kan betons krybning (efter 11,12) udtrykkes ved

$$C(t, \theta) \approx 1 + \alpha + K \cdot \log_E \left(\frac{t}{\theta} \right) \quad (10)$$

hvor θ angiver belastningstidspunktet. Parametren α og K afhænger af betonsammensætning og klima. For en "normallagret normalbeton" kan vi sætte $\alpha = 0.3$ og $K = 0.4$.

Vi kan til det foreliggende formål tilnærme ovenstående krybningsfunktion til et Clouserlignende udtryk ved at antage, at krybningsfunktionen skal have fordoblet sin værdi i tiden τ efter belastningstidspunktet - og at krybningen 1000 døgn efter dette tidspunkt skal være den samme, hvadenten den udtrykkes ved ovenstående udtryk eller efter en Clouserfunktion. Disse betingelser giver (stadig med tiden i betonalderdøgn)

$$\alpha + K \cdot \log_E \left(\frac{t+\tau}{t} \right) = 1 \quad (11)$$

$$\alpha + K \cdot \log_E \left(\frac{t+1000}{t} \right) = \left(\frac{1000}{\tau} \right)^b \quad (12)$$

eller

$$\tau = \left[\text{EXP} \left(\frac{\alpha-1}{K} \right) - 1 \right] \quad (13)$$

og

$$b = \frac{\log_E \left[\alpha + K \cdot \log_E \left(1 + \frac{1000}{t} \right) \right]}{\log_E (1000/\tau)} \quad (14)$$

der ved indsættelse af de nævnte normalværdier for α og K giver følgende relaxationstid og krybningsekspONENT,

$$\tau = 4.75*t \quad \text{og} \quad b \approx 0.25 \quad (15)$$

med t i betonalder.

Krybningsfunktionen i Clouserform kan herefter tilnærmes ved

$$C(t, \theta) \approx 1 + \left(\frac{t - \theta}{4.75*\theta} \right)^{0.25} \quad (16)$$

hvor igen θ og $t \geq \theta$ er belastningstidspunkt henholdsvis den betragtede tid - begge målt i betonalder.

Som i træ må vi regne med, at krybningsfunktionen forløber hurtigere ved brudmekanismerne. Med en tilsvarende reduktion af relaxationstiden fås

$$\tau \approx 0.05*t \quad (17)$$

III. RESULTATER FOR BETON

Betons fatiguestyrke kan nu bestemmes ved løsning af Ligning 4 med stepvis vækst af defektforholdet, k , begyndende med $k = 1$. For hvert step følges tiden (betons alder) og lastniveauet, S_{MAX} , og relaxationstiden, τ , ændres i henhold hertil efter Afsnit II. Beregningerne stoppes ved $k = 1/S_{MAX}^m$, hvor defektudbredelsehastigheden, dk/dN , bliver uendelig. Det sidst noterede N er det søgte antal svingninger til brud. Den numeriske behandling af differentiaalligningen er indgående beskrevet i (7). Et fortranprogram til anvendelse på beton er angivet i Appendix II.

Beregningerne gennemføres med S_{MAX} og τ som angivet i det foregående afsnit. Styrkeniveauet er skønnet til den for træ gældende middelværdi, $FL = 0.2$. Fatigueparametrene ansættes til

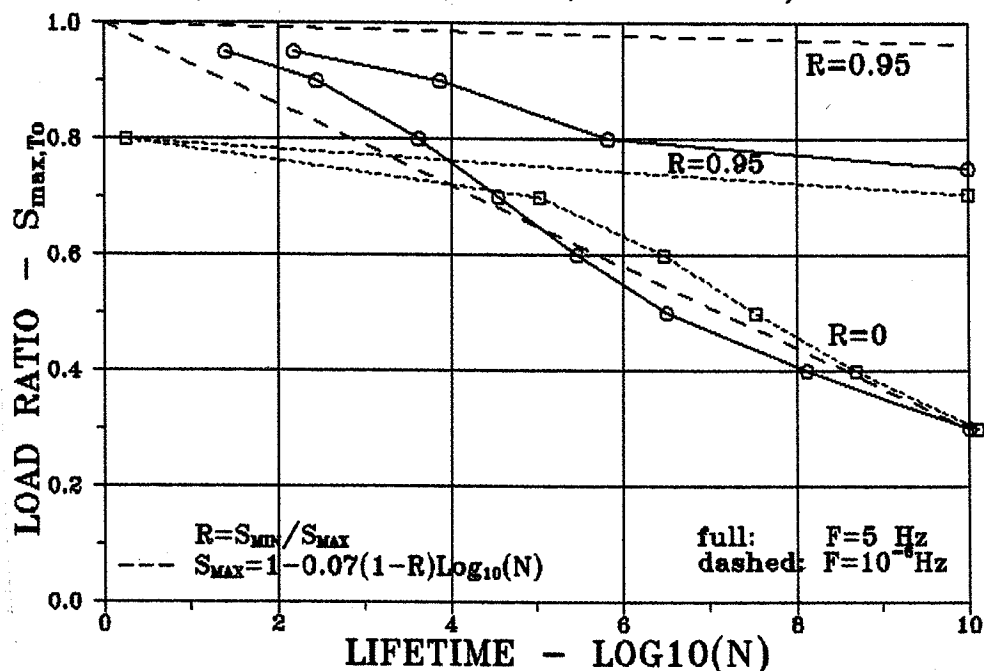
$$M \approx 11 \quad C \approx 30 \quad U_{-} \approx 0.4 \quad (18)$$

hvor M er bestemt ved Ligningerne 1 (med $R = 0$), 5 og 6. Faktoren C er bestemt ved beregningskalibrering mellem Ligning 1 og Ligning 4 med $R = 0$ og $f = 5$ Hz. (Dette er meget enkelt, idet C blot "shifter" levetidskurven langs $\text{Log}(N)$ -aksen i det nedenfor definerede S-N diagram.

De opnåede resultater afbildes hensigtsmæssigt i S-N-diagrammer, d.v.s. lastniveauet som funktion af logaritmen til antallet af svingninger til brud - og N-F-diagrammer, d.v.s. logaritmen af antal svingninger til brud som funktion af logaritmen af den anvendte lastfrekvens.

Generelt er de numeriske beregninger foretaget under forudsætning af svingninger, der varierer med lige store perioder med minimum- og maximumlast ($\beta = 0.5$).

**CYCLES TO FAILURE OF CONCRETE AT $T_0=30$ DAYS
($FL=0.2$, $C=30$, $M=11$, $TAU=0.05T$)**



Figur 1. S-N-diagrammer for en 30 dage gammel beton udsat for lastsvingninger med frekvenserne, $f = 5$ og 10^{-4} Hz. Resultater fra den empiriske formel 1 er også vist

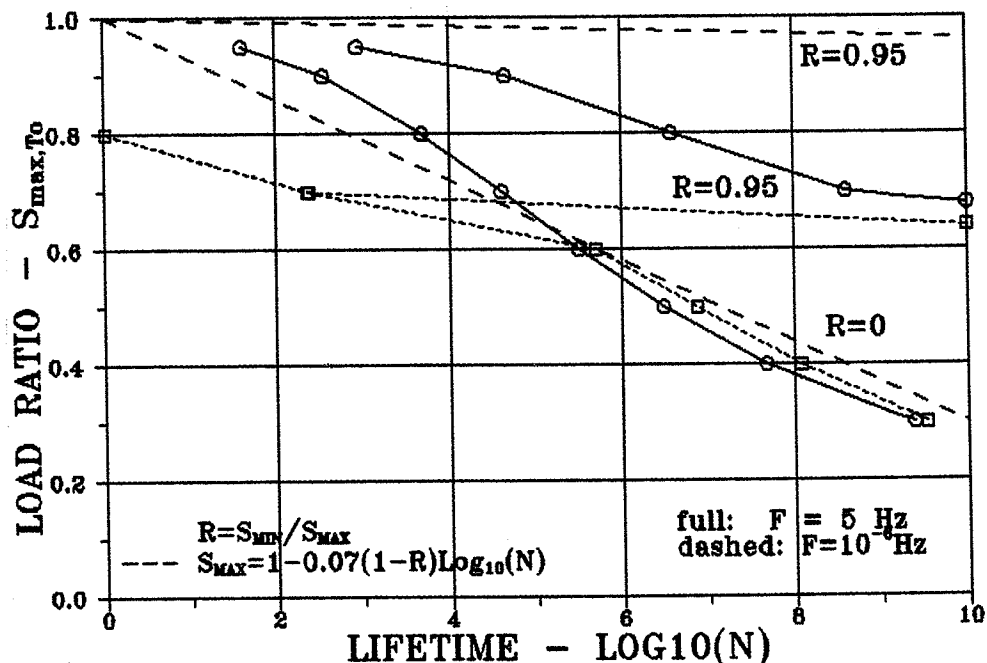
IV. KONKLUSION OG SLUTBEMÆRKNINGER

Ved vurderingen af resultaterne i Figurerne 1 - 3 må det erindres, at lastniveauerne er angivet i forhold til betonstyrken på belastningstidspunktet, t_0 . Et $SL_{max, 180} = 0.6$ repræsenterer således for eksempel en større last, σ_{max} , end $SL_{max, 28} = 0.6$. For større t aftager lastniveauet, hvilket forlænger levetiden. Herimod virker betonens krybning, der afkorter levetiden.

Der er altså tale om en form for konkurrence mellem effekterne af styrkestigning og krybning - en konkurrence, hvor resultatet ikke er umiddelbart overskueligt.

Det kan dog konstateres, at de beregnede værdier er i forbavsende god overensstemmelse med Tepfers og Kuttis Ligning 1 (med $R = 0$) for alle aldre og lastniveauer, når frekvensen, $f > \approx 1/5$ Hz - og for alle aldre og frekvenser, når lastniveauet, $S_{MAX, T_0} < \approx 0.6$.

**CYCLES TO FAILURE OF CONCRETE AT $T_0 = 180$ DAYS
($FL=0.2$, $C=30$, $M=11$, $TAU=0.05T$)**



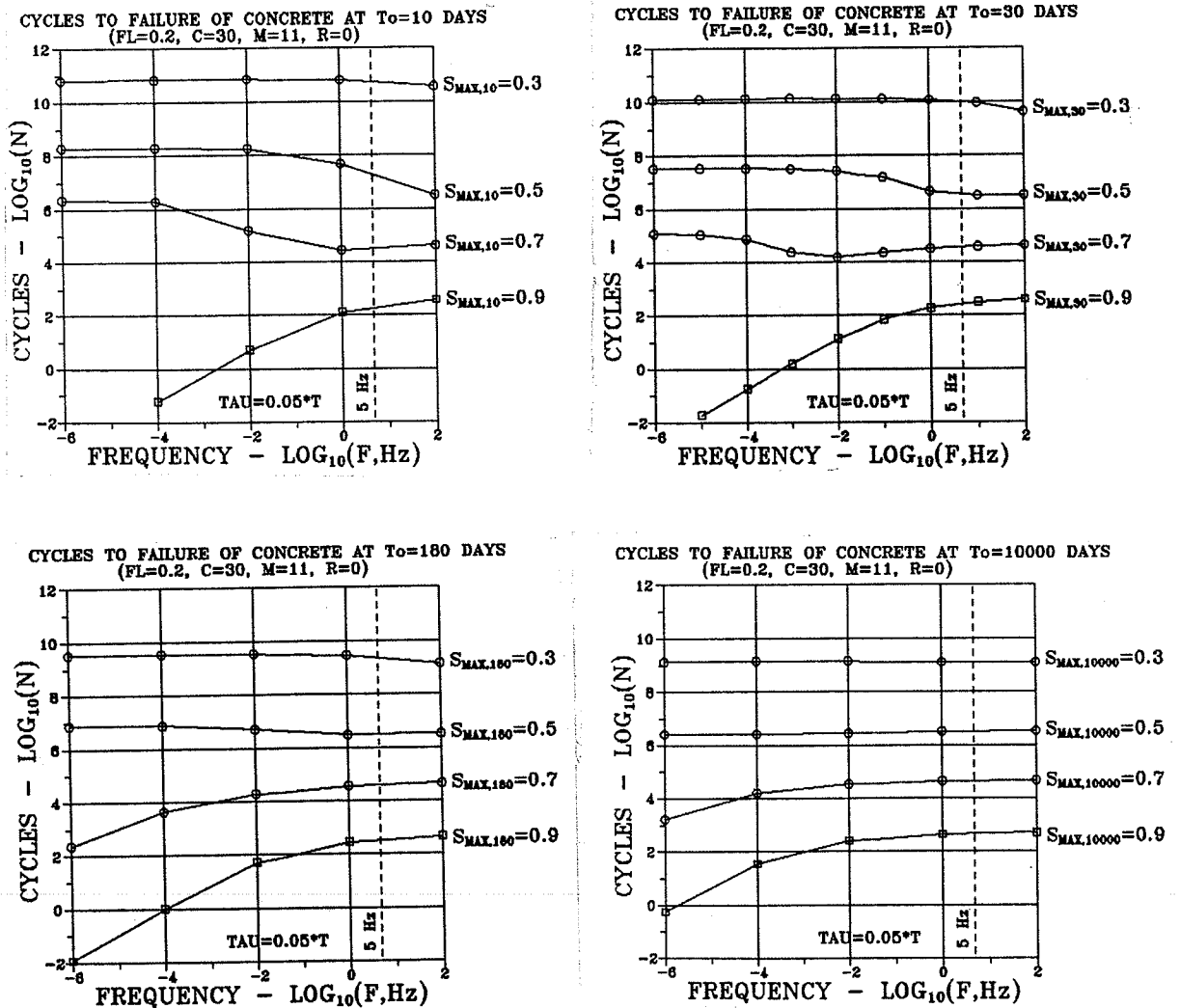
Figur 2. S-N-diagrammer for en 180 dage gammel beton udsat for lastsvingninger med frekvenserne, $f = 5$ og 10^{-6} Hz. Resultater fra den empiriske formel 1 er også vist

Dette resultat er i overensstemmelse med almindeligt indvundne kvalitative erfaringer fra fatigueforsøg (1).

For kombinationer af frekvenser og lastniveauer, der forcerer disse betingelser kan afvigelserne mellem Tepfers og Kuttis resultater og de teoretiske blive temmeligt store. For eksempel ≈ 3 decader ved $S_{MAX, 180} \approx 0.7$, når betonen belastes i en alder af 180 dage (Figur 2). Dette er et resultat af, at krybningen har domineret i den ovenfor omtalte konkurrence, og at levetiden nærmer sig den, der gælder ved "dødlast" (konstant

last). Denne situation er kendetegnet ved de til venstre faldende kurver i N-F-diagrammerne, Figur 3.

At levetiden, som forudsagt af teorien, afkortes ved høj last (i forhold til Ligning 1) er eksperimentelt vist i en række fatigueundersøgelser (f.ex. 13,14).



Figur 3. N-F-diagrammer for beton med aldre og lastniveauer som angivet.

Kun for $S_{\text{MAX},T_0} > \approx 0.6$ udviser N-F-diagrammerne et fald mod lavere frekvenser. Heraf kan det sluttes, at konstant last har en endelig levetid for disse lastniveauer. Ved lavere belastning stoppes fatiguedefekterne i deres udbredelse af betonens stigende styrke.

Dette teoretiske resultat er i rimelig god overensstemmelse med den i indledningen nævnte eksperimentelle observation af Rüsck, og afkræfter således gyldigheden af Tepfers og Kuttis formel ved høje R. De teoretiske værdier for $R_{ne.0}$ vist i Figurerne 1 og 2 forekommer mere sandsynlige end den simple lignings resultater.

På baggrund af forfatterens gode erfaringer med den præsenterede teoris anvendelse på træ og dens overensstemmelse med almindeligt anerkendte observationer på beton forekommer det rimeligt, at foreslå den som et rimeligt godt planlægningsgrundlag i den videre forskning på området. Det skal i den forbindelse nævnes, at der ikke er noget til hinder for at anvende teorien også på svingninger med vekslende amplituder.

Litteratur

- 1) "Long term random dynamic loading of concrete structures". Report by RILEM Committee 36-RDL, Materials and Structures, no. 97, 1984, 1-28.
- 2) Tepfers, R. and Kutti, T.: "Fatigue strength of plain concrete". J. Am. Concr. Inst., Proc. 76(1979), 635-652.
- 3) Rüsck, H.: "Physikalische Fragen der Betonprüfung". Zement-Kalk-Gips 12(1954), 27-39.
- 4) Nielsen, L. Fuglsang: "Crack Propagation in Linear-Viscoelastic Materials" • Bygningsstatistiske Meddelelser, 49 (1978), 1.
- 5) Nielsen, L. Fuglsang: "Crack Failure of Dead-, Ramp-, and Combined Loaded Viscoelastic Materials" • First Int. Conf. on Wood Fracture, Banff, Alberta, Canada 1978. Proc., 187, Western Forest Products Lab., Univ. Brit. Columbia, Vancouver, B.C., Canada 1979.
- 6) Madsen B. and Johns, K.: "Duration of Load Effects in Lumber: • Part I: A Fracture Mechanics Approach • Part II: Experimental Data • Part III: Code Considerations", Can. J. Civ. Eng., 9(1982), 502-536.
- 7) Nielsen, L. Fuglsang: "Elastic Fatigue of Wood and other Building Materials". Teknisk rapport 170A(1986), 46 sider, Laboratoriet for Bygningsmaterialer, Dth.
- 8) Nielsen, L. Fuglsang: "Fatigue of Wood as related to Defects and Creep". Teknisk rapport 170B(1987), 88 sider, Laboratoriet for Bygningsmaterialer, Dth.

- 9) Clouser, W. S.: "Creep of small Wood Beams under constant Bending Load". U.S. Forest Products Lab., Report 2150(1959).
- 10) Nielsen, L. Fuglsang: "Power Law Creep as Related to Relaxation, Elasticity, Damping, Rheological Spectra and Creep Recovery - With Special Reference to Wood" • Conference of Int. Union of Forestry Research Organizations (IUFRO), Xalapa, Mexico, December 1984. Proc., IUFRO S5.02, 181 - 204, Build. Mat. Lab., Techn. Univ. Denmark 1985.
- 11) Nielsen, L. Fuglsang: "On the Prediction of Rheological Parameters for Concrete". Proc. from "Nordic Seminar on Deformations in Concrete Structures", Copenhagen, march 1980. DIALOG 1-80(1980), 81-118.
- 12) Nielsen, L. Fuglsang: "On the prediction of reep functions for concrete" i "Fundamental Research on Creep and Shrinkage of Concrete" (ed. F. Wittmann), Martinus Nijhoff Publishers, The Hague 1982.
- 13) Graf, O. and Brenner, E.: "Versuche zur Ermittlung der Widerstandsfähigkeit von Beton gegen oftmals wiederholte Belastung". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 76(1934) u. 83(1936).
- 14) McCall, J. T.: "Probability of fatigue failure in plain concrete". J. Am. Concr. Inst., Vol. 55(1958), 233.

Appendix I

PRINCIPALE FAKTORER

Konstanterne, A, B og D, i fatigueudtrykket 4 i hovedteksten er givne ved følgende udtryk

$$A = \left(\frac{(\pi * FL * S_{MAX})^{2k} b}{8 * q * h} \right) * \left(1 - \frac{C^b (1 - R_{EFF})^{2+b} (1 - \theta h^b)}{2^{1+2b}} \right)$$

$$B = \frac{\pi^{2k}}{64} C * G * (FL * S_{MAX})^{2k} (1 - R_{EFF})^{4k}$$

$$D = \frac{1 - k * S_{MAX}^{2k}}{k * S_{MAX}^{2k}}$$

Den effektive lastbrøk, R_{EFF} , er givet ved

$$R_{EFF} = 1 - [(1-R)U]^{M/4} [S_{MAX}\sqrt{k}]^{(M/4-1)}$$

med effektivitetsfaktoren

$$U = \frac{1}{2} [1 + R + (\sqrt{R^2 - R})U_{-}]$$

Den numeriske betydning af de øvrige parametre, der indgår i udtrykkene for A, B og D fremgår af nedenstående sammenfatning. For en fysiske forklaring henvises til (4).

UAFHÆNGIGE FAKTORER

Material:

b	Creep power
τ	Relaxation time
σ_{∞}	Traditional (static) strength
σ_L	Theoretical strength
FL	Strength level = σ_{∞}/σ_L
U_{-}	Lower efficiency coefficient
M	Damage rate power
C	Damage rate constant

Load:

σ_{MAX}	Maximum load
σ_{MIN}	Minimum load
S_{MAX}	Maximum load level ($\sigma_{MAX}/\sigma_{\infty}$)
R	Load ratio ($\sigma_{MIN}/\sigma_{MAX}$)
f	Load frequency
$\underline{f} = f * \tau$	Non-dimensional load frequency
θ	Relative time under maximum load

AFHÆNGIGE FAKTORER

Shift factors:

$$q = [(1+b)(2+b)/2]^{1/b}$$

$$h = [1 - \Omega*(1 - \beta)^b]^{-1/b}$$

with

$$\Omega = \frac{1}{2}(1 - H + \Omega_1 - \sqrt{(1 - H - \Omega_1)^2})$$

$$\Omega_1 = \frac{1 - \beta^b}{(\tau/T)^b + (1 - \beta)^b}$$

$$H \approx \left[\frac{R + \sqrt{R^2}}{2} \right]^{2/b}$$

Amplification factor:

$$G = 1 + \frac{\beta^b(1-\beta)^{2b} - \beta^{2b}(1-\beta)^b}{1 - 2\beta} \underline{f}^{-b}$$

$$\rightarrow 1 + \frac{2-b}{2} (2\underline{f})^{-b} \quad (\text{as } \beta \rightarrow 0.5)$$

Appendix II

FORTRANPROGRAM FOR S-N-DIAGRAMMER

```

c #####
c #          CONCR-SN.FOR          #
c # er modificeret FATIGUE.FOR (træ) #
c # afbilder SL som funktion af log10(N) #
c #####
c #          CONCR-SN          #
c # log10(Ncat) som funktion af log10(frekvens,Hz) #
c #####
c *** Antal Datasæt
c      data k/2/
c #####
c      do 2 jj=1,k
c *** ABNING AF DATASET, #####
c      if(jj.eq.1) open(jj,file='\grapher\graphdat\sn-132-0.dat',
c      *status='new')
c      if(jj.eq.2) open(jj,file='\grapher\graphdat\sn-132-9.dat',
c      *status='new')
c      do 2 j=1,8
c *** BEREGNING AF Y-VÆRDIER #####
c      call funct(jj,j,ssl,xlog)
c *** UDSKRIVNING #####
c      write(jj,200) xlog,ssl
c      2 continue
c      200 format(2(1pe11.3))
c      stop

```



```

end
C *****
subroutine funct(mm,m,ssl,nlog)
implicit real (a-h,n-z)
real kappa,kapkr
data b/0.25/,f1/0.20/,umin/0.4/,beta/0.5/,power/11./,
#c/30./,pi/3.141593/
data f/5./
c ** f er frekvens i Hz *****
c *** t0 er begyndelsestidspunkt i sekunder
t0=180.*24.*3600.
if(mm.eq.1) p=0.
if(mm.eq.2) p=0.95
c *****
if(m.eq.1) ssl=0.95
if(m.eq.2) ssl=0.9
if(m.eq.3) ssl=0.8
if(m.eq.4) ssl=0.7
if(m.eq.5) ssl=0.6
if(m.eq.6) ssl=0.5
if(m.eq.7) ssl=0.4
if(m.eq.8) ssl=0.3
c ** Lastniveauet, ssl, er i forhold til t0 døgnstyrken
c BEGYNDELSESVÆRDIER
time=t0
kappa=1.
n=0.
x=10.
C EFFEKTIVITETS FAKTOR *****
u=0.5*(1.+p+umin*(abs(p)-p))
C SHIFT FAKTORER *****
q=((1.+b)*(2.+b)/2.)**(1./b)
hh=((p+abs(p))/2.)*2.5
10 tau=4.75*time/100.
ftau=f*tau
c ** Styrken regnes at vokse som  $S/S_{00} = 1 - 0.5*(3/time, days)^{0.4}$ 
c ** => den halve styrke efter 3 doegn
c ** i sekunder vil det sige
sl=ssl*(1.-0.5*(3.*24.*3600./t0)**0.4)/
*(1.-0.5*(3.*24.*3600./time)**0.4)
if(sl.lt.1.) goto 113
sl=1.
n=n+1
goto 20
113 del=(1.-beta**b)/(ftau**b+(1.-beta)**b)
del=0.5*(1.-hh+del-abs(1.-hh-del))
h=(1.-del*(1.-beta)**b)*(-1./b)
C AMPLIFICATION *****
gg=beta**b*(1.-beta)**2.-beta**2.*(1.-beta)**b
if(beta.eq.0.5) g=1.+(2.-b)/2./(2.*ftau)**b
if(beta.ne.0.5) g=1.+gg/(1.-2.*beta)/ftau**b
C EFFEKTIV LASTRATIO *****
peff=1.-((1.-p)*u)**(power/4.)*(sl*sqrt(kappa))**
*((power/4.)-1.)
C BEREGNINGER STARTER *****
aa=(c**b*(1.-peff)**(2.+b)*(1.-beta**h**b))/2.*(1.+2.*b)
aaa=1.2337*kappa*(f1*sl)**2./q/h
a=(1.-aa)*aaa**b
bcap=0.1542*c*g*(f1*sl)**2.*kappa*(1.-peff)**4.*ftau**b
d=(1.-kappa*sl**2.)*ftau**b/(kappa*sl**2.)
c # KAPPASTEP, dkappa *****
dkappa=(1./sl**2.-1.)/500.
C x betyder dN/dkappa *****
xgam=x

```

```
2 xny=xgam-(a*xgam**b+bcap*xgam-d)/(b*a*xgam**(b-1.))+bcap
  if(abs(1.-xgam/xny).le.0.001) goto 3
  if(xny.gt.0.) xgam=xny
  if(xny.le.0.) xgam=xgam/2.
  goto 2
3 x=xny
  dn=x*dkappa
  n=n+dn
  time=t0+n/f
  kappa=kappa+dkappa
  if(kappa.ge.1./sl**2.) goto 20
  goto 10
20 nlog=alog10(n)
  return
  end
```