



## Forankring af armering i murværk

Hansen, Lars Zenke

*Publication date:*  
2003

*Document Version*  
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

*Citation (APA):*  
Hansen, L. Z. (2003). *Forankring af armering i murværk*. Byg Rapport No. R-044  
<http://www.byg.dtu.dk/publications/rapporter/r-044.pdf>

---

### General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

BYG·DTU

DANMARKS  
TEKNISKE  
UNIVERSITET



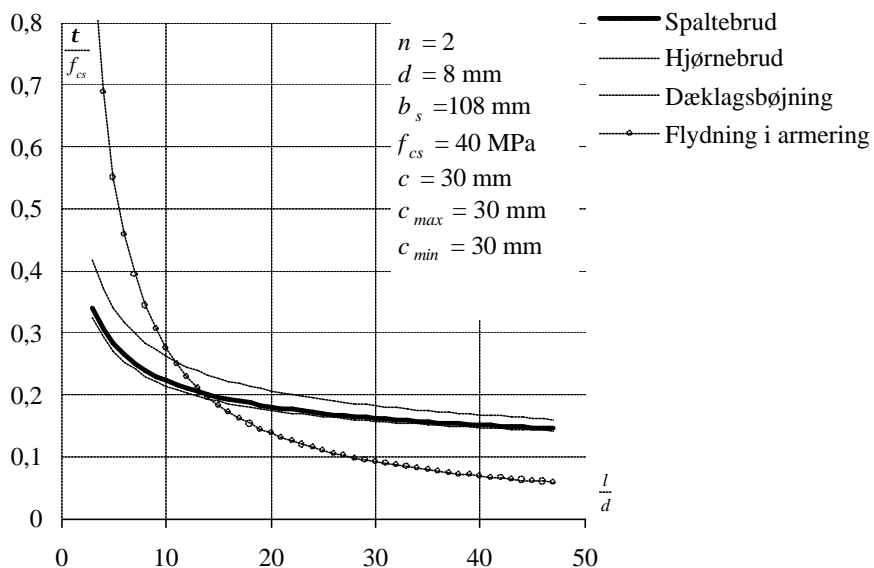
Lars Zenke Hansen

## Forankring af Armering i Murværk

Rapport  
BYG·DTU R-044  
2003  
ISSN 1601-2917  
ISBN 87-7877-104-8

# Forankring af Armering i Murværk

Lars Zenke Hansen



Department of Civil Engineering  
DTU-building 118  
2800 Kgs. Lyngby  
<http://www.byg.dtu.dk>

2003

# 1 Forord

Denne rapport er udarbejdet som en del af det arbejde, der skal danne grundlaget for erhvervelsen af Ph.D. graden ved Danmarks Tekniske Universitet.

Arbejdet er blevet udført på DTU's bygningsafdeling BYG•DTU under vejledning af professor dr. techn. M. P. Nielsen, DTU, og M.Sc. Ph.D. Bent Steen Andreasen, RAMBØLL.

Jeg vil gerne takke mine vejledere for inspiration og kritik i forbindelse med arbejdet.

Yderligere tak rettes til M.Sc. Ph.D-studerende Tim Gudmand-Høyer, M.Sc. Ph.D-studerende Karsten Findsen og M.Sc. Ph.D-studerende Jakob L. Laugesen for de daglige diskussioner og kritik. Ydermere vil jeg gerne takke M.Sc. Ph.D Bent Feddersen, RAMBØLL, og Arkitekt MAA Søren Bøgh, MURO, for deres engagement i mit studium.

Pd.D. studiet og de forsøg, der omtales i rapporten, er finansieret af MURO. For denne værdifulde støtte rettes hermed en varm tak til MURO.

Lyngby, November 2002

Lars Zenke Hansen



## 2 Sammenfatning

Nærværende rapport behandler forankring af armering i murværk af tegl. Der gøres i denne forbindelse nogle teoretiske overvejelser baseret på plasticitetsteorien. Der er arbejdet med simplificerede beregningsudtryk, da de optimerede løsninger viser sig at blive meget komplicerede og dermed vanskelige at bruge i praksis, se [2].

Rapporten giver en række beregningsudtryk for forankringsstyrken med og uden sidetryk. Sidetryk er kun behandlet kort, da der endnu ikke foreligger forsøgsmateriale som dokumentation for de teoretiske udtryk.

Det har vist sig at forankringsstyrken af armeringsstænger i murværk, hvor der ikke er noget sidetryk, kan beregnes ud fra teorien for betonkonstruktioner. Man skal blot operere med andre effektivitetsfaktorer. Betonteoriens parameter  $K_1$  kan antages uændret, dvs. 1,8, mens parameteren  $K_2$  skal ændres fra 1,9 til 0,8. Sammenligninger med forsøg har vist, at med disse værdier er der god overensstemmelse mellem teori og forsøg. Forsøgsmaterialet er dog endnu spinkelt, så der bør snarest udføres flere forsøg. Beregninger har ydermere vist, at man med ca. 112 mm forankringslængde opnår fuld forankring af en armeringsstang med flydespændingen  $f_y = 550$  MPa og diameteren 8 mm under forhold, der svarer til en tegloverligger, hvor vederlagstrykket ikke tages i regning.

De forsøg på DTU, der omtales i rapporten, blev udført med støtte af MURO. For denne støtte rettes en varm tak til Direktør, Arkitekt MAA Søren Bøgh.

### 3 Summary

The present report concerns anchorage of reinforcement in masonry structures. In connection with the present investigation some theoretical considerations based on the theory of plasticity are made. The work is concentrated on simplified expressions to calculate the load-carrying capacity, since the optimized solutions have turned out to be very complicated and therefore difficult to use in practice, see [2].

The report provides a number of expressions for the anchorage strength with and without precompression. Precompression is only covered briefly, since no experimental justifications of the theoretical expressions are known at present.

The report shows that the anchorage strength of reinforcement in masonry, where no precompression is present, may be calculated from the theory developed for concrete structures. The only modification is to change the effectiveness factors. The parameter  $K_1$  in the concrete theory may be taken unchanged, which means 1.8. However, the parameter  $K_2$  has to be changed from 1.9 to 0.8. Comparisons with experiments have shown that with these values the correlation between theory and experiments is good. Calculations have further shown that full anchorage is achieved at an anchorage length at 112 mm, when the yield strength of the reinforcement bar is 550 MPa, the diameter of the bar is 8 mm and the conditions are similar to the condition in a masonry beam, without considering the precompression from the support.

The experiments performed at DTU were carried out with support from MURO. For this support thanks are addressed to the director of MURO Søren Bøgh.

## 4 Indholdsfortegnelse

<b>1</b>	<b>FORORD</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>SAMMENFATNING</b> .....	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>SUMMARY</b> .....	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>INDHOLDSFORTEGNELSE</b> .....	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>SYMBOLLISTE</b> .....	<b>7</b>
<b>6</b>	<b>INDLEDNING</b> .....	<b>9</b>
<b>7</b>	<b>BAGGRUND</b> .....	<b>10</b>
<b>8</b>	<b>FORANKRINGSSTYRKEN AF ARMERING I MURVÆRK</b> .....	<b>13</b>
8.1	Introduktion.....	13
8.2	Lokalt brud .....	14
8.3	Forankring uden sidetryk .....	16
8.3.1	Hjørnebrud .....	16
8.3.2	Dæklagsbøjning.....	17
8.3.3	Spaltebrud .....	19
8.3.4	Sammenligning af øvreverdiløsninger .....	21
8.4	Forankring med sidetryk .....	22
<b>9</b>	<b>SAMMENLIGNING MED FORSØG</b> .....	<b>24</b>
<b>10</b>	<b>KONKLUSION</b> .....	<b>31</b>
<b>11</b>	<b>LITTERATUR</b> .....	<b>32</b>





## 5 Symbolliste

De mest benyttede symboler er opsummeret nedenfor. Afvigelser vil blive forklaret i teksten.

### Geometri

$b$	Bredde af bjælke
$h$	Højde af bjælke
$l$	Forankringslængde
$c$	Lodrette dæktagstykkelse
$c_l$	Vandrette dæktagstykkelse
$c_{max}$	Maximale dæktagstykkelse
$c_{min}$	Minimale dæktagstykkelse
$d$	Diameter af armering
$n$	Antal armeringsstænger
$e$	Kamhøjde på armering
$a$	Afstand mellem armeringsstænger eller afstand mellem kammene på armeringen
$d$	Flytning
$u$	Flytning
$b$	Vinkel
$a$	Vinkel mellem flytningsvektor og brudlinie
$g$	Vinkel mellem armering og brudlinie
$g$	Vinkel
$w$	Rotation
$s$	Spredning
$m$	Middelværdi

### Fysiske størrelser

$e_1, e_2$	Hovedtøjninger
$e$	Tøjning

$\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$	Hovedspændinger
$\mathbf{s}_x, \mathbf{s}_y, \mathbf{t}_{xy}$	Spændinger i et $x,y$ -koordinatsystem
$\mathbf{s}_c$	Trykspænding
$\mathbf{s}_t$	Trækspænding
$\mathbf{s}$	Normalspænding
$\mathbf{t}$	Forskydningspænding
$\mathbf{t}_0$	Forankringsstyrke ved lokalt brud
$f_{cs}$	Trykstyrke af mursten
$f_{ts}$	Trækstyrke af mursten
$\mathbf{n}_c$	Effektivitetsfaktor på trykstyrken
$\mathbf{n}_t$	Effektivitetsfaktor på trækstyrken
$K_1$	Faktor til bestemmelse af $\mathbf{n}_c$
$K_2$	Faktor til bestemmelse af $\mathbf{n}_t$
$\mathbf{l}$	Proportionalitetsfaktor
$k$	$\frac{1 + \sin \mathbf{j}}{1 - \sin \mathbf{j}}$
$\mathbf{j}$	Friktionsvinkel
$W$	Dissipation
$W_E$	Ydre arbejde
$L$	Dissipation i murværk ved lokalt brud
$S$	Dissipation i murværk uden for det lokale brud
$U$	Arbejde fra reaktionen
$P$	Udtrækningskraft ved forankringsbrud

## 6 Indledning

Forankring af armering i murværk er et problem, som er blevet mere aktuelt i de senere år i og med, at anvendelsen af armering i murede konstruktioner er stigende. Nærværende rapport omhandler beregning af forankringsstyrken af armering i murværk.

Beregningen af forankringsstyrken bygger på en teori baseret på plasticitetsteorien. Teorien er blevet udviklet i forbindelse med beregning af forankringsstyrken i betonkonstruktioner.

Undersøgelser af forankringsstyrken i betonkonstruktioner har vist, at den kan opdeles i følgende dele:

- Vedhæftningsmodstand
- Friktionsmodstand
- Mekanisk modstand

Teorien udviklet for betonkonstruktioner (Andreasen [1]), udgør en beskrivelse af den mekaniske modstand, idet man ved gennemregning af forskellige øvreværdiløsninger (ved brug af plasticitetsteoriens øvreværdisætning) bestemmer forankringsstyrken. Den mekaniske modstand kan opdeles i følgende dele:

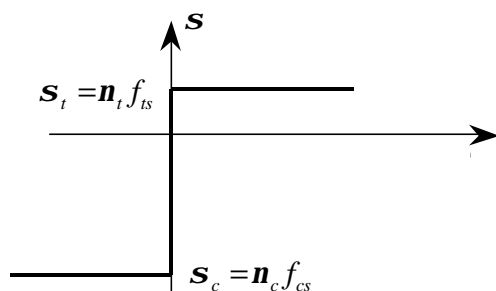
- Lokalt brud i beton omkring armeringsstangen.
- Brudmekanismen i den omgivende beton.
- Bidrag fra evt. tværarmering eller tværtryk.

Rapporten er inddelt i tre dele. Den første del vil kort beskrive det teoretisk grundlag. Derefter vil forankring uden sidetryk blive behandlet, hvorefter forankring med sidetryk, f.eks. i form af vederlagstryk, behandles kort. Tilslut vil der blive foretaget sammenligninger med forsøg. Disse dækker kun forankring af armering uden sidetryk.

## 7 Baggrund

I dette afsnit fremlægges de grundlæggende principper i teorien for beregning af forankring af armering i murværkskonstruktioner. Det antages at bruddet udelukkende vil foregå i stenene, dvs. brud i mørtel omkring armeringsstangen behandles som brud i sten.

Beregningsmetoden bygger på plasticitetsteorien. Dette betyder at mursten antages at være et stift plastisk materiale som skitseret i Figur 7.1.



*Figur 7.1 Stift plastisk materialeopførsel af mursten*

Det antages at von Mises' hypotese vedr. det maksimale plastiske arbejde er gældende, hvilket betyder at tøjningsvektoren står vinkelret på flydefladen (normalitetsbetingelsen). For en mere grundig beskrivelse henvises til [2] og [4]. Ydermere vil plasticitetsteoriens øvre værdisætning blive benyttet. Vha. denne kan man udfra en geometrisk mulig brudfigur beregne bæreevnen ved opstilling af arbejdslikningen.

Mursten antages at følge Coulombs modificerede brudhypotese som i hovedspændingsplanen for tilfældet plan tøjningstilstand er illustreret i Figur 7.2.

Hovedspændingerne er betegnet  $s_1$  og  $s_2$  og de tilsvarende hovedtøjninger  $e_1$  og  $e_2$ . Trykstyrken er betegnet  $f_{cs}$  og trækstyrken  $f_{ts}$ . Parameteren  $k$  afhænger af friktionsvinklen  $j$ , se symbolisten, [2] eller [4]. For  $j = 37^\circ$  er  $k = 4$ . Parameteren  $l \geq 0$  er en ubestemt proportionalitetsfaktor.



$$\mathbf{j} \leq \mathbf{a} \leq \mathbf{p} - \mathbf{j} \quad (7.5)$$

Dissipationen pr. længdeenhed kan hermed beregnes ud fra formel (7.2) - (7.4)

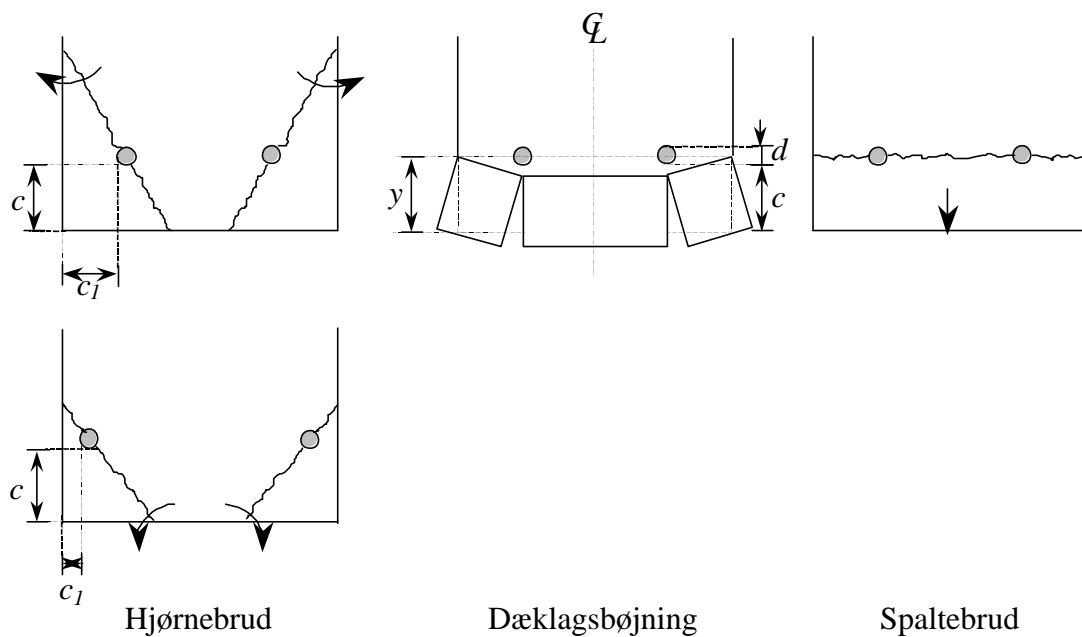
$$W = \frac{1}{2} f_{cs} ub \left[ 1 - \sin \mathbf{a} + \frac{f_{ts}}{f_{cs}} \{ -(k-1) + (k+1) \sin \mathbf{a} \} \right] \quad (7.6)$$

hvor  $k$  som nævnt er en funktion af  $\mathbf{j}$ .

## 8 Forankringsstyrken af armering i murværk

### 8.1 Introduktion

I dette afsnit betragtes fire forskellige brudmekanismer, som kaldes henholdsvis: lokalt brud, hjørnebrud, dæklagsbøjning og spaltebrud. Vedr. det lokale brud se den senere Figur 8.2. De tre andre brudmekanismer er skitseret i Figur 8.1.



*Figur 8.1 De forskellige brudmekanismer ved forankring uden sidetryk*

Dissipationen beregnes som et bidrag fra det lokale brud og et bidrag fra bruddet i det omgivende murværk.

$$W = L + S \quad (8.1)$$



Det forudsættes at vedhæftningen mellem sten og mørtel er tilstrækkelig stor til, at et vedhæftningsbrud ikke kommer i betragtning.

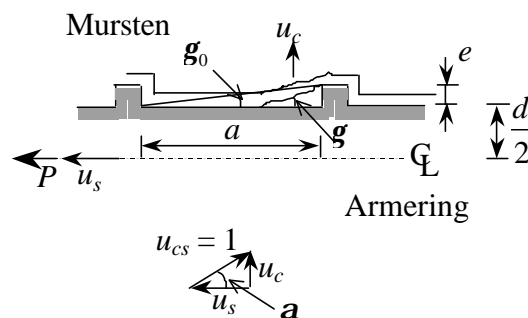
Ligesom for beton, se [1] og [2], indføres effektivitetsfaktorer på hhv. tryk- og trækstyrken som vist i formel (8.2).

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n} &= \frac{K_1}{\sqrt{f_{cs}}} \\ \mathbf{r} &= \frac{\mathbf{n}_t f_{ts}}{f_{cs}} = \frac{1}{20} \mathbf{n}_t = \frac{1}{20} K_2 \sqrt{\frac{d}{l}} \end{aligned} \right\} (f_{cs} \text{ i MPa}) \quad (8.2)$$

Som det fremgår af formlen for effektivitetsfaktoren  $\mathbf{r}$  er stenens trækstyrke regnet lig med 1/20 af trykstyrken.

## 8.2 Lokalt brud

Det lokale brud er et brud omkring armeringens kamme. Bruddet er et glidningsbrud som opstår ved en flytning  $u_s$  af armeringsstangen i dens egen retning og en flytning  $u_c$  af stenmaterialet på tværs af armeringsstangen.



Figur 8.2 Lokalt brud

Dissipationen kan beregnes ved anvendelse af formel (7.6). Man får når den relative flytning  $u_{cs}$  sættes til 1:

$$W = L = \mathbf{p} (d + e) \frac{e}{a} \left[ \frac{f_{cs}}{2} (1 - \sin(\mathbf{a} - \mathbf{g})) + f_{ts} \frac{\sin(\mathbf{a} - \mathbf{g}) - \sin \mathbf{j}}{1 - \sin \mathbf{j}} \right] \quad (8.3)$$

hvor  $l$  er forankringslængden.

Det ydre arbejde er:

$$W_E = P \cos \mathbf{a} \quad (8.4)$$

Afhængigt af  $\mathbf{g}_0$  fremkommer en række tilfælde som beskrevet i [2]. Fælles for alle tilfældene er, at dissipationen er uafhængig af  $f_{ts}$ . Man kan nøjes med at betragte tre specialtilfælde, som har særlig

interesse. Det er tilfældet hvor  $\mathbf{a} = 45^\circ + \frac{\mathbf{j}}{2}$  og  $\mathbf{g} = 45^\circ - \frac{\mathbf{j}}{2}$ , tilfældet hvor  $\mathbf{a} = \mathbf{j}$  og  $\mathbf{g} = 0$  samt tilfældet hvor  $\mathbf{a} = 54,46^\circ$  og  $\mathbf{g} = 17,6^\circ$ . Disse er betegnet henholdsvis brudmåde 1, 2 og 1a. Beregningerne giver følgende udtryk for de lokale bruds bidrag til forankringsstyrken.

Brudmåde 1.

$$\mathbf{a} = 45^\circ + \frac{\mathbf{j}}{2} \quad \mathbf{g} = 45^\circ - \frac{\mathbf{j}}{2} \quad (8.5)$$

$$\frac{\mathbf{t}_0}{f_{cs}} = \frac{L}{p d f_{cs} \cos \mathbf{a}} = \frac{d + e}{e} \frac{e}{a} \quad (8.6)$$

Brudmåde 2.

$$\mathbf{a} = \mathbf{j} \quad \mathbf{g} = 0 \quad (8.7)$$

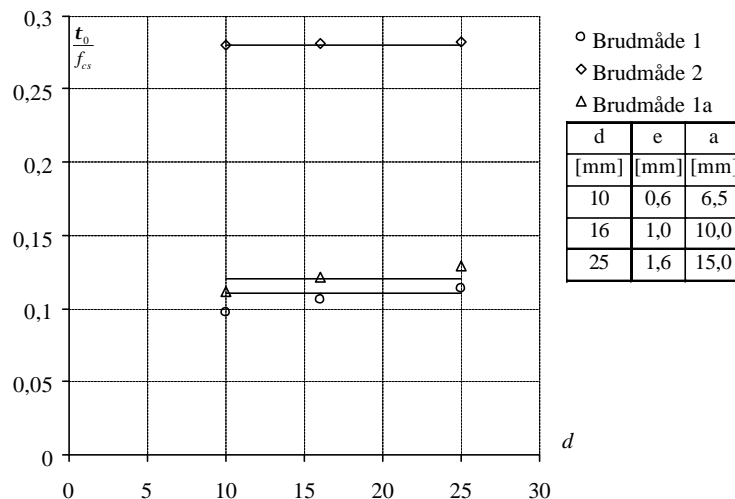
$$\frac{\mathbf{t}_0}{f_{cs}} = \frac{L}{p d f_{cs} \cos \mathbf{a}} = \frac{1}{4} \frac{d + 2e}{e} \quad (8.8)$$

Brudmåde 1a.

$$\mathbf{a} = 54,46^\circ \quad \mathbf{g} = 17,6^\circ \quad (8.9)$$

$$\frac{\mathbf{t}_0}{f_{cs}} = \frac{L}{p d f_{cs} \cos \mathbf{a}} = 1,14 \frac{d + e}{e} \frac{e}{a} \quad (8.10)$$

I [2] findes en tabel over de geometriske forhold for forskellige armeringstyper. I Figur 8.3 er vist værdier af  $\frac{\mathbf{t}_0}{f_{cs}}$  som funktion af armeringsdiameteren  $d$  for dansk kamstål.



Figur 8.3 Styrken ved lokalt brud for dansk kamstål ( $n = 1$ )

I Figur 8.3 er indlagt tre vandrette linier. Værdierne svarende hertil vil blive brugt i beregningerne.

De svarer til at  $\frac{t_0}{f_{cs}}$  sættes til 0,11, 0,12 og 0,28 for hhv. brudmåde 1, 1a og 2 idet variationen med

diameteren er ubetydelig. Vedr. dissipationen ved det lokale brud for vilkårlige værdier af  $a$  henvises til [2].

### 8.3 Forankring uden sidetryk

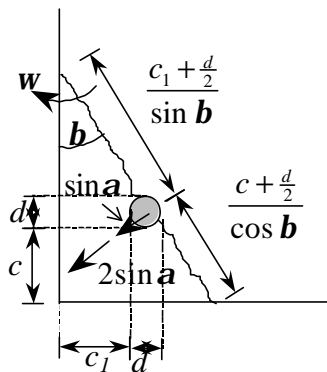
I dette afsnit beregnes dissipationen for de enkelte mekanismer. Dissipationen beregnes af formel (8.1). Det ydre arbejde beregnes efter formel (8.4). Formlerne opskrives for kun én armeringsstang. Udtryk for flere armeringsstænger angives uden yderligere kommentarer.

Bestemmelsen af den optimale brudfigur er ofte kompliceret. I praksis arbejdes derfor med simplificerede udtryk, se [2].

#### 8.3.1 Hjørnebrud

Ved hjørnebrud sker der et rotationsbrud i murstenen som vist Figur 8.4.

Flytningsvektoren i murstenen ved armeringen er  $2\sin a$ . Rotationen  $w$  bliver



Figur 8.4 Hjørnebrud med påskrevne betegnelser

$$w = \frac{2\sin a \sin b}{c_1 + \frac{d}{2}} \quad (8.11)$$

I stenen er der adskillelsesbrud. Dissipationen  $S$  i brudlinien bliver

$$S = \frac{1}{2} \mathbf{w} \left( \frac{c_1 + \frac{d}{2}}{\sin \mathbf{b}} + \frac{c + \frac{d}{2}}{\cos \mathbf{b}} \right) l f_{ts} - 2 \sin \mathbf{a} \cdot l d f_{ts} \quad (8.12)$$

Forankringsstyrken kan bestemmes vha. følgende tilnærmelsesformel:

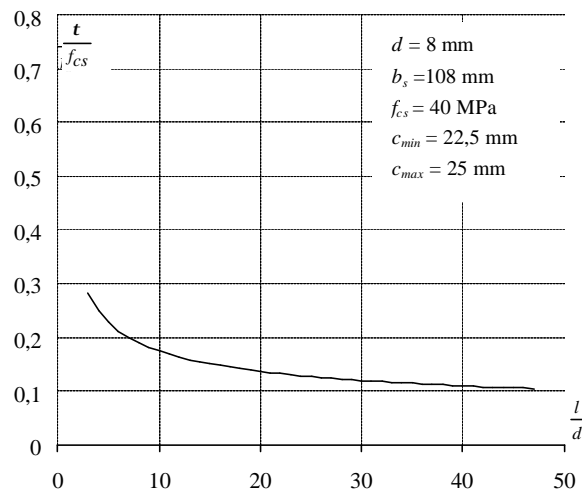
$$\frac{t}{f_c} \cong 0,13 \mathbf{n} + 0,52 \mathbf{r} \left( 3,2 \frac{c}{d} + \frac{c_1}{d} \right) \quad (c_1 \geq c) \quad (8.13)$$

Denne kan skrives på formen:

$$\frac{t}{f_c} \cong 0,13 \mathbf{n} + 0,52 \mathbf{r} \left( 3,2 \frac{c_{\min}}{d} + \frac{c_{\max}}{d} \right) \quad (8.14)$$

hvor  $c_{\max}$  og  $c_{\min}$  er hhv. største og mindste dæklagsstykkelse.

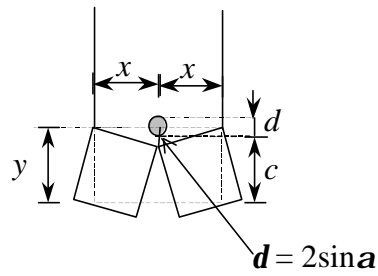
Variationen af  $\frac{t}{f_c}$  iflg. (8.14) som funktion af  $l/d$  er for  $K_1 = K_2 = 1$  vist i Figur 8.5 for de parameterværdier der er angivet i figuren.



Figur 8.5 Variation af styrken ved hjørnebrud

### 8.3.2 Dæklagsbøjning

Mekanismen ved dæklagsbøjning er skitseret i Figur 8.6. Dæklaget bøjer som en bjælke. Resultatet gengivet her gælder for dæklagsbøjning, hvor armeringen ligger tæt ved to rande. Dette er f.eks. tilfældet i en tegloverligger med én armeringsstang. Andre tilfælde er behandlet i [2].



**Figur 8.6 Brudmekanismen ved dæklagsbøjning**

Dissipationen for flytningen  $d = 2 \sin a$  er

$$S = 2lf_{ts} \left[ \frac{1}{2} d x + \frac{1}{2} \frac{d}{x} y^2 + \frac{1}{2} \frac{d}{x} y^2 \frac{f_{cs}}{f_{ts}} - \frac{1}{2} d d \right] \quad (8.15)$$

Minimering af  $S$  mht. til de geometriske parametre giver

$$x = y \sqrt{1 + \frac{f_{cs}}{f_{ts}}} \quad (8.16)$$

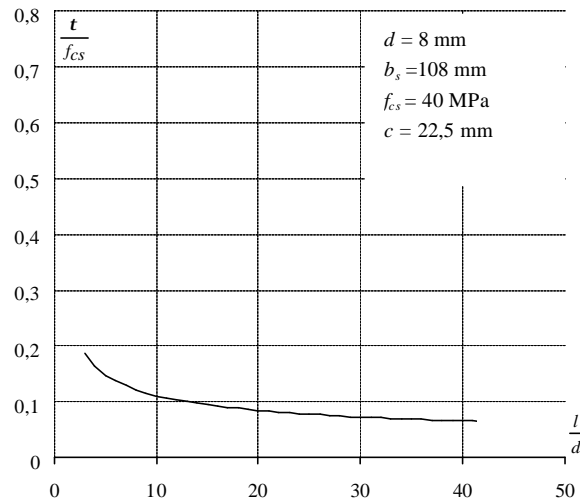
Herved fås

$$\frac{t}{f_{cs}} = \frac{t_0}{f_{cs}} + \frac{2lf_{ts} \left( y \sqrt{1 + \frac{f_{cs}}{f_{ts}}} - \frac{1}{2} d \right) \cdot 2 \sin a}{p d l f_{cs} \cos a} \quad (8.17)$$

En simpel tilnærmelsesformel er, se [2],

$$\frac{t}{f_{cs}} = \min \begin{cases} 0,12n + 0,89 \left( 6 \frac{c}{d} + 2 \right) r \\ 0,28n + 0,48 \left( 6 \frac{c}{d} + 2 \right) r \end{cases} \quad (8.18)$$

Variationen af  $\frac{t}{f_{cs}}$  iht. formel (8.18) er vist i Figur 8.7 for  $K_1 = K_2 = 1$  og for samme parameterværdier som benyttet i Figur 8.5.

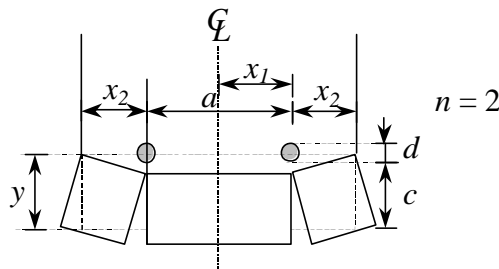


Figur 8.7 Variation af styrken ved dæklagsbøjning

I tilfældet med flere armeringsstænger,  $n$ , skal formel (8.18) erstattes af

$$\frac{t}{f_{cs}} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,12n + \frac{0,89}{n} \left[ \frac{1}{2} \frac{x_1}{d} + \frac{1}{2} \frac{y^2}{x_1 d} + \frac{(n-1)a}{d} + \frac{3y}{d} - n \right] r \\ 0,28n + \frac{0,48}{n} \left[ \frac{1}{2} \frac{x_1}{d} + \frac{1}{2} \frac{y^2}{x_1 d} + \frac{(n-1)a}{d} + \frac{3y}{d} - n \right] r \end{array} \right. \quad (8.19)$$

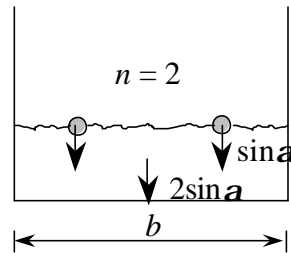
Denne formel gælder for  $x_1 > y$ . Størrelserne er defineret i Figur 8.8.



Figur 8.8 Dæklagsbøjning ved flere armeringsstænger

### 8.3.3 Spaltebrud

Spaltebrud er et adskillelsesbrud, hvor dæklaget skaller af som illustreret i Figur 8.9.



Figur 8.9 Brudmekanismen ved spaltebrud

Dissipationen i murstenene findes let til

$$S = (b - nd) f_{ts} \cdot 2 \sin \alpha \quad (8.20)$$

hvor  $n$  er antallet af armeringsstænger.

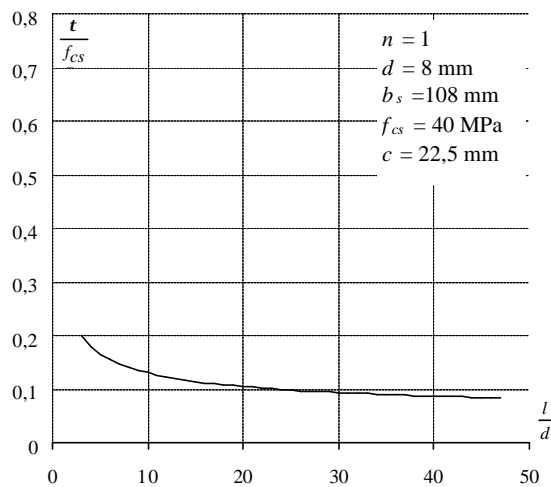
Bæreevnen bliver

$$\frac{t}{f_{cs}} = \frac{t_0}{f_{cs}} + \frac{2}{p} \left( \frac{b}{nd} - 1 \right) \frac{f_{ts}}{f_{cs}} \tan \alpha \quad (8.21)$$

Tilnærmelsesformlerne bliver:

$$\frac{t}{f_{cs}} = \min \begin{cases} 0,12n + 0,89 \left( \frac{b}{nd} - 1 \right) r \\ 0,28n + 0,48 \left( \frac{b}{nd} - 1 \right) r \end{cases} \quad (8.22)$$

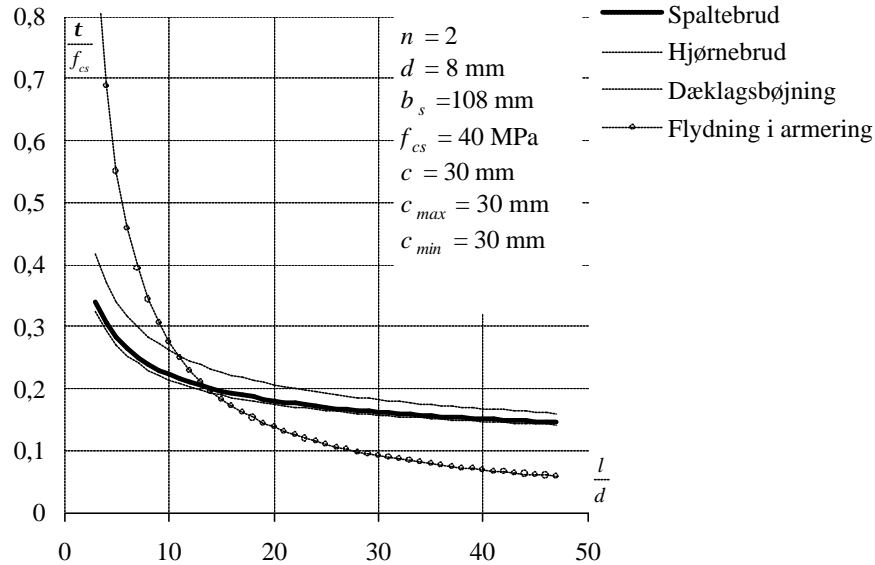
Variationen af  $\frac{t}{f_{cs}}$  iht. formel (8.22) er vist i Figur 8.10 for  $K_1 = K_2 = 1$  og for de tidligere benyttede parameterværdier.



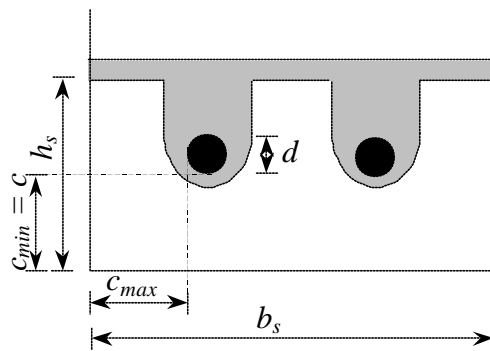
Figur 8.10 Variation af styrken ved spaltebrud

### 8.3.4 Sammenligning af øvreværdiløsninger

I dette afsnit sammenlignes øvreværdiløsningerne gennemgået ovenfor, se Figur 8.11. Der er endvidere indlagt en kurve svarende til flydning i armeringen. Det er forudsat at flydespændingen er  $f_y = 550$  MPa og at  $K_1$  og  $K_2$  er hhv. 1,8 og 0,8. Armeringens placering svarer til tegloverliggeren vist i Figur 8.12.



Figur 8.11 Styrken svarende til de forskellige brudmekanismer



Figur 8.12 Tværsnit af en tegloverligger

Af Figur 8.11 kan det ses at flydning i armeringen bliver afgørende ved  $l/d \sim 14$ . Dette giver en forankringslængde på 112 mm for  $d = 8$  mm, hvilket svarer til ca. en halv sten.



## 8.4 Forankring med sidetryk

Bestemmelse af forankringsstyrken, hvor vederlagstryk inkluderes i beregningerne, bliver noget mere kompliceret, da arbejdet fra reaktionen skal medtages. Udfra simple overvejelser kan dæklagsbøjning og spaltebrud normalt negligeres, da arbejdet fra reaktionen ved disse mekanismer bliver stort. Andre brudtyper vil derfor oftest være afgørende. Her ses derfor kun på hjørnebruddet. For at kunne beregne dissipationen må rotationspunktet være kendt og dette ændrer sig med reaktionen. I de fleste tilfælde vil rotationspunktet ligge på den lodrette side. Dissipationen i det omgivende stenmateriale bliver, se Figur 8.4:

Rotation om lodret side

$$S = f_{ts} \left[ \frac{\sin \mathbf{b}}{c_1 + \frac{d}{2}} \left( \frac{c_1 + \frac{d}{2}}{\sin \mathbf{b}} + \frac{c + \frac{d}{2}}{\cos \mathbf{b}} \right)^2 - 2d \right] \sin \mathbf{a} \quad (8.23)$$

Rotation om vandret side

$$S = f_{ts} \left[ \frac{\cos \mathbf{b}}{c + \frac{d}{2}} \left( \frac{c_1 + \frac{d}{2}}{\sin \mathbf{b}} + \frac{c + \frac{d}{2}}{\cos \mathbf{b}} \right)^2 - 2d \right] \sin \mathbf{a} \quad (8.24)$$

Bidraget fra vederlagstrykket svarende til reaktionen  $R$  bliver:

Rotation om lodret side

$$U = \frac{2 \sin \mathbf{a} \sin \mathbf{b}}{c_1 + \frac{d}{2}} \left( c_1 + \frac{d}{2} + \left( c + \frac{d}{2} \right) \tan \mathbf{b} \right) R \quad (8.25)$$

Rotation om vandret side

$$U = \frac{2 \sin \mathbf{a} \cos \mathbf{b}}{c + \frac{d}{2}} \left( c_1 + \frac{d}{2} + \left( c + \frac{d}{2} \right) \tan \mathbf{b} \right) R \quad (8.26)$$

Arbejdet fra vederlagstrykket deles ud på alle armeringsstænger. Udfra arbejdsligningen findes bæreevnen.

$$\frac{\mathbf{t}}{f_{cs}} = \frac{\mathbf{t}_0}{f_{cs}} + \frac{1}{\mathbf{p}} \left( B \frac{f_{ts}}{f_{cs}} + \frac{b}{d} C \frac{r}{f_{cs}} \right) \tan \mathbf{a} \quad (8.27)$$

hvor størrelserne  $B$  og  $C$  afhænger af rotationspunktet placering.

Rotation om lodret side:

$$\left. \begin{aligned} B &= \frac{\sin \mathbf{b}}{\frac{c_1 - 1}{d} - \frac{1}{2}} \left( \frac{\frac{c_1 - 1}{d} - \frac{1}{2}}{\sin \mathbf{b}} + \frac{\frac{c - 1}{d} - \frac{1}{2}}{\cos \mathbf{b}} \right)^2 - 2 \\ C &= \sin \mathbf{b} \left( 1 + \frac{\frac{c_1 - 1}{d} - \frac{1}{2}}{\frac{c - 1}{d} - \frac{1}{2}} \tan \mathbf{b} \right) \end{aligned} \right\} \quad (8.28)$$

Rotation om vandret side:

$$\left. \begin{aligned} B &= \frac{\cos \mathbf{b}}{\frac{c - 1}{d} - \frac{1}{2}} \left( \frac{\frac{c_1 - 1}{d} - \frac{1}{2}}{\sin \mathbf{b}} + \frac{\frac{c - 1}{d} - \frac{1}{2}}{\cos \mathbf{b}} \right)^2 - 2 \\ C &= \cos \mathbf{b} \left( 1 + \frac{\frac{c_1 - 1}{d} - \frac{1}{2}}{\frac{c - 1}{d} - \frac{1}{2}} \tan \mathbf{b} \right) \end{aligned} \right\} \quad (8.29)$$

Størrelsen  $r$  er vederlagstrykket, dvs. reaktionen divideret med bredden og forankringslængden som vist i formel (8.30)

$$r = \frac{R}{bl} \quad (8.30)$$

Tilnærmelsesformlerne for forankringsstyrken bliver:

$$\frac{t}{f_{cs}} = \min \left\{ \begin{aligned} &0,12\mathbf{n} + 0,45 \left( B\mathbf{r} + \frac{b}{d} C \frac{r}{f_{cs}} \right) \\ &0,28\mathbf{n} + 0,24 \left( B\mathbf{r} + \frac{b}{d} C \frac{r}{f_{cs}} \right) \end{aligned} \right. \quad (8.31)$$

For  $r/f_{cs} = 0$  er formel (8.31) et alternativ til formel (8.14).

Når dæklagsbøjning og spaltebrud er afgørende vil reaktionen bidrage med arbejdet

$$U = 2 \sin \mathbf{a} \cdot R \quad (8.32)$$

Dette giver et tillæg til styrken på

$$\frac{\Delta t}{f_{cs}} = \frac{U}{2p d f_{cs} \cos \mathbf{a}} = \frac{1}{p} \frac{b}{d} \tan \mathbf{a} \frac{r}{f_{cs}} \quad (8.33)$$

For betonkonstruktioner er teorien sammenlignet med forsøg i [2]. Der er fundet god overensstemmelse. En simpel empirisk formel baseret på forsøg er angivet i [3].

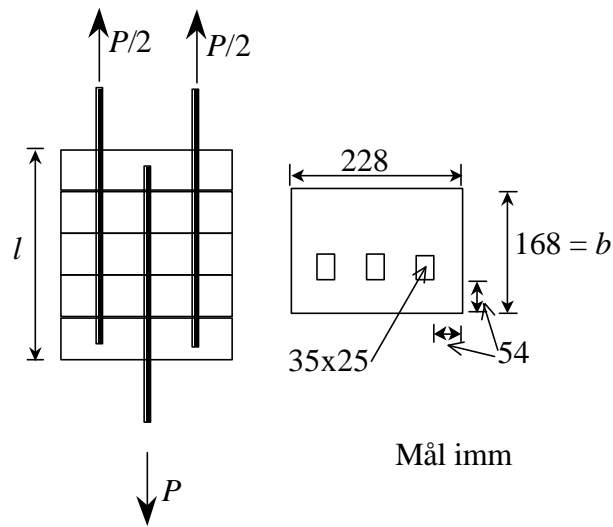
## 9 Sammenligning med forsøg

I dette afsnit foretages en sammenligning mellem tilnærmelsesformlerne og forsøg foretaget på DTU [6] samt forsøg foretaget på Teknologisk Institut, Murværk udført for Dansk Murstenskontrol, se [5]. På basis af forsøgene kan faktorerne  $K_1$  og  $K_2$  bestemmes. Alle forsøgene er uden sidetryk.

Trækstyrken af er som tidligere nævnt sat til:

$$f_{ts} = \frac{1}{20} f_{cs} \quad (9.1)$$

Forsøgsserien på DTU blev udført i to omgange. Forsøgsemnerne havde opbygningen skitseret i Figur 9.1. Forskellen på serierne var, at der som mørtel i den første serie blev brugt Marlon hårdbeton 0-4 mm. Sand og stenmaterialerne overholder kravene i DS481. Mørtelen har et vand/cement-tal på  $v/c = 0,35$  og en trykstyrke på  $f_{cm} = 50$  MPa. Denne forsøgsserie blev udført af Liu Junying. Den anden forsøgsserie blev udført i forbindelse med et eksamensprojekt af Kim Nae Christensen [6]. Her havde mørtelen et vand/cement-tal på  $v/c = 0,5$  og en trykstyrke på  $f_{cm} = 40$  MPa. Yderligere tilslag var 59,1 % sand 0-2 mm.



Figur 9.1

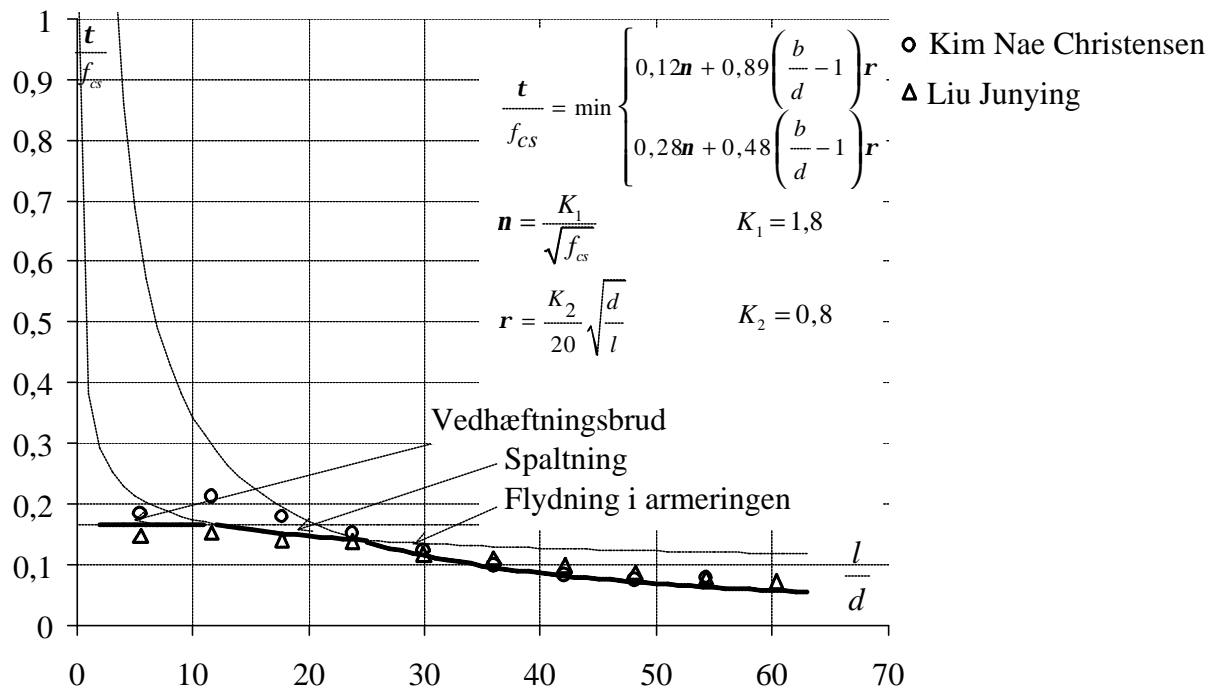
Den benyttede armering var  $\varnothing 10$ , ny tentorstål, med en flydespænding på  $f_y = 550$  MPa. Forankringslængden  $l$  varieredes fra 55 – 604 mm. De målte værdier af kraften  $P$  ved brud er vist i Tabel 9.1. De angivne værdier er et middeltal af tre målinger. Spredningen  $s$  er også angivet i tabellen.

Beregningerne viste, at spaltebruddet var farligst. Det var også den brudtype, som fremkom ved forsøgene, når ikke der skete vedhæftningsbrud eller optrådte flydning i armeringen. Ved sammenligning med forsøg blev konstanterne  $K_1$  og  $K_2$  bestemt til

$$K_1 = 1,8 \quad K_2 = 0,8 \quad (9.2)$$

Forsøg og teori er sammenlignet i Figur 9.2. I denne figur er styrken svarende til flydning i armeringen også angivet. Den viste styrke svarende til vedhæftningsstyrken<sup>1</sup> er baseret på forsøgsresultaterne.

<sup>1</sup> Ved vedhæftningsbrud blev mørtlen trukket ud som en prop. Denne brudtype forekom hovedsageligt i den første forsøgsserie.

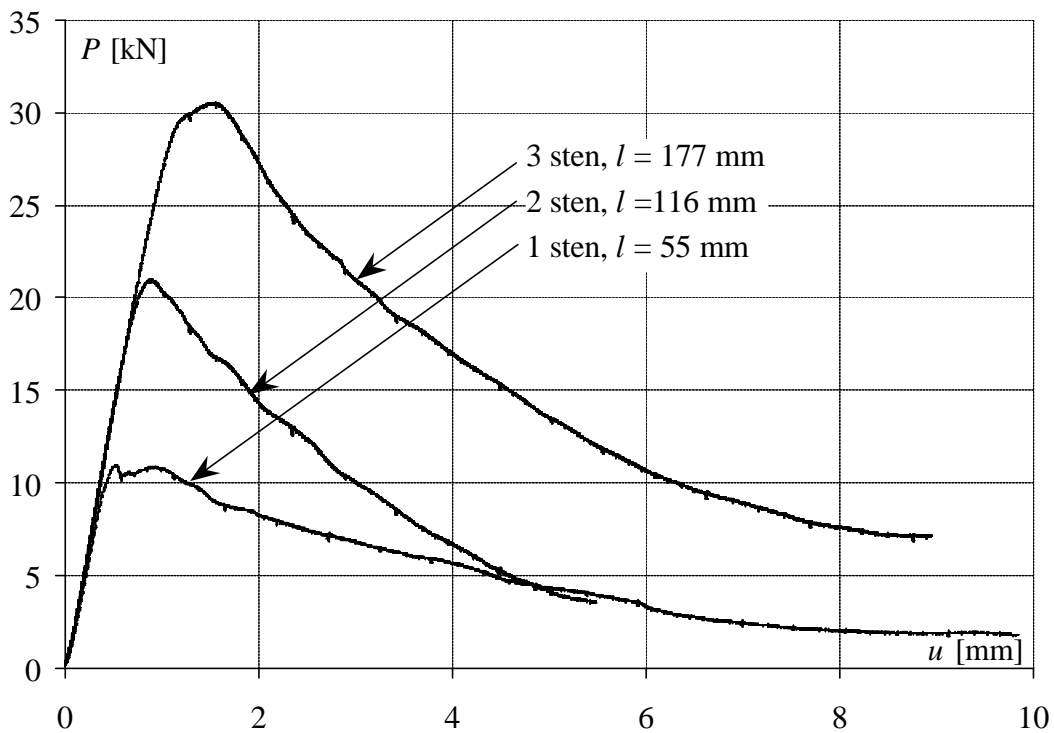


Figur 9.2 Forsøgsresultaterne fra Tabel 9.1 vist sammen med de beregnede forankringsstyrker

Tabel 9.1 Forsøgsresultater fra Kim Nae Christensen's og Liu Junying's forsøgsserier

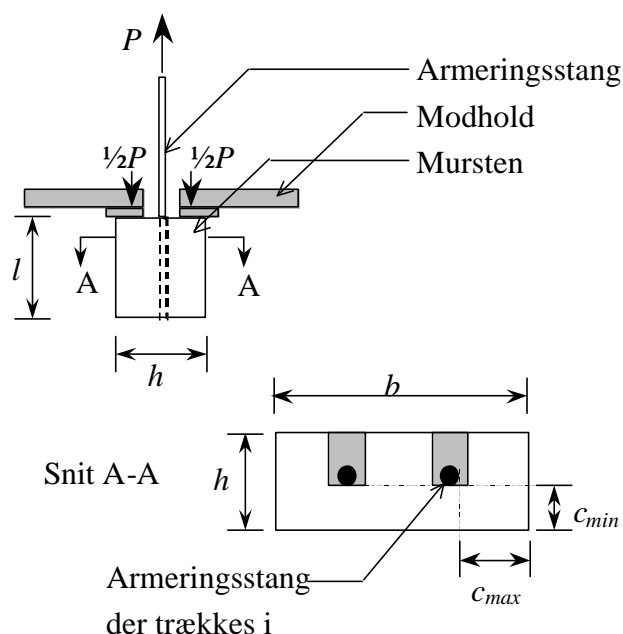
Antal sten	$l$ [mm]	Kim Nae Christensen		Liu Junying		Kim Nae Christensen		Liu Junying	
		$P$ [kN]	$s$ [kN]	$P$ [kN]	$s$ [kN]	$t/f_{cs}$	$s$	$t/f_{cs}$	$s$
1	55	12,73	1,23	10,13	2,06	0,18	0,02	0,15	0,03
2	116	30,93	3,72	22,20	6,00	0,21	0,03	0,15	0,04
3	177	39,73	2,58	31,33	0,97	0,18	0,01	0,14	0,00
4	238	45,30	0,87	41,27	3,70	0,15	0,00	0,14	0,01
5	299	46,53	0,67	43,87	2,10	0,12	0,00	0,12	0,01
6	360	44,50	1,06	50,07	3,58	0,10	0,00	0,11	0,01
7	421	43,93	0,15	52,20	0,78	0,08	0,00	0,10	0,00
8	482	45,43	2,78	52,80	0,75	0,08	0,00	0,09	0,00
9	543	54,07	1,12	53,35	0,78	0,08	0,00	0,08	0,00
10	604	54,33	1,59	54,57	0,55	0,07	0,00	0,07	0,00

Der blev også foretaget måling af arbejdskurven for hver enkelt udtrækningsforsøg. I Figur 9.3 er optegnet arbejdskurver for tre forskellige forankringslængder.



Figur 9.3 Arbejdskurver for udtrækning af armering i murværk.

På Teknologisk Institut, Murværk ([5]) er der foretaget tilsvarende udtrækningsforsøg. Forsøgsopstillingen er skitseret i Figur 9.4. I forbindelse med denne forsøgsserie er der foretaget målinger af forankringsstyrken for både forspændt armering og slap armering. Det er kun sidstnævnte målinger, der er medtaget i denne sammenligning. Dette betyder, at der er sammenlignet med 28 forsøg. I Tabel 9.2 er forsøgsresultaterne angivet som middelværdier sammen med variationskoefficienten.



**Figur 9.4 Principskitse af forsøgopstillingen**

Som det fremgår af Tabel 9.2 er der anvendt forskellige sten og mørtelstyrker.

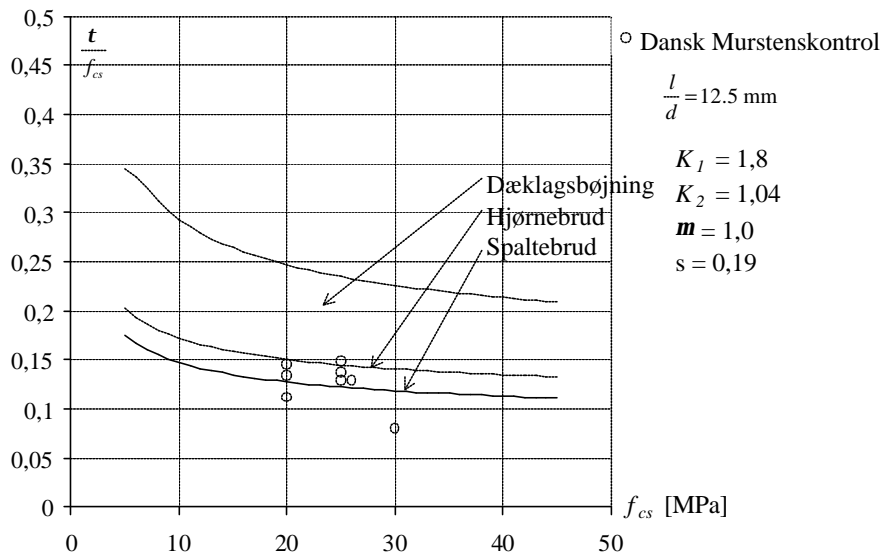
I forsøgsserien er dimensionerne af forsøgsemnerne holdt konstant således at  $l$ ,  $h$ ,  $b$ ,  $c_{max}$  og  $c_{min}$  er konstant lig med hhv. 100 mm, 56 mm, 108 mm, 30 mm og 22,5 mm.

**Tabel 9.2 Hoveddata for forsøgsserien [5]**

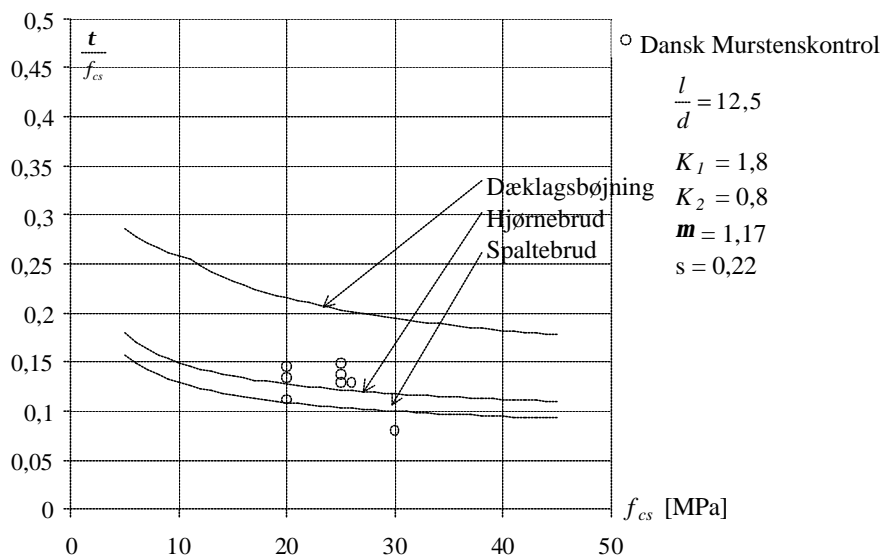
Ref. Værk	$f_{cs}$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$P$ [kp]	Var koef	d [mm]	Kommentar
A	20	9,9	569,55	0,104	8	Vedhæftn
A	20	11,4	739,06	0,074	8	Stenbrud
A	20	13,8	683,34	0,063	8	Stenbrud
C	25	39,8	822,51	0,003	8	Stenbrud
C	25	32,0	878,38	0,042	8	Stenbrud
C	25	19,7	949,48	0,081	8	Stenbrud
D	26	37,0	855,26	0,090	8	Stenbrud
F	30	40,0	611,2	0,136	8	Stenbrud

Resultaterne af forsøgene er vist i hhv. Figur 9.5 og Figur 9.6 for to forskellige værdier af  $K_2$ . Som det fremgår af Figur 9.7 er styrken ved forsøgsserien F lavere end for de andre serier. I denne forsøgsserie anvendtes en mørtel med en trykstyrke på 40 MPa (dette er analogt til forsøgene på DTU, Kim Nae Christensen's forsøgsserie). I [5] gives der ikke nogen forklaring på dette forhold. Kun nævnes det at mørtlen er en DMUK-mørtel. Dette kan ikke forklare de lavere værdier da

forsøgsserie D blev udført med en tilsvarende mørtel og med næsten samme styrker for mørtel- og stenmateriale som forsøgsserie F.



**Figur 9.5 Teori sammenholdt med forsøg. Kurven viser forankringsstyrken divideret med stenens trykstyrke som funktion af stenens trykstyrke**



**Figur 9.6 Teori sammenholdt med forsøg. Kurven viser forankringsstyrken divideret med stenens trykstyrke som funktion af stenens trykstyrke**

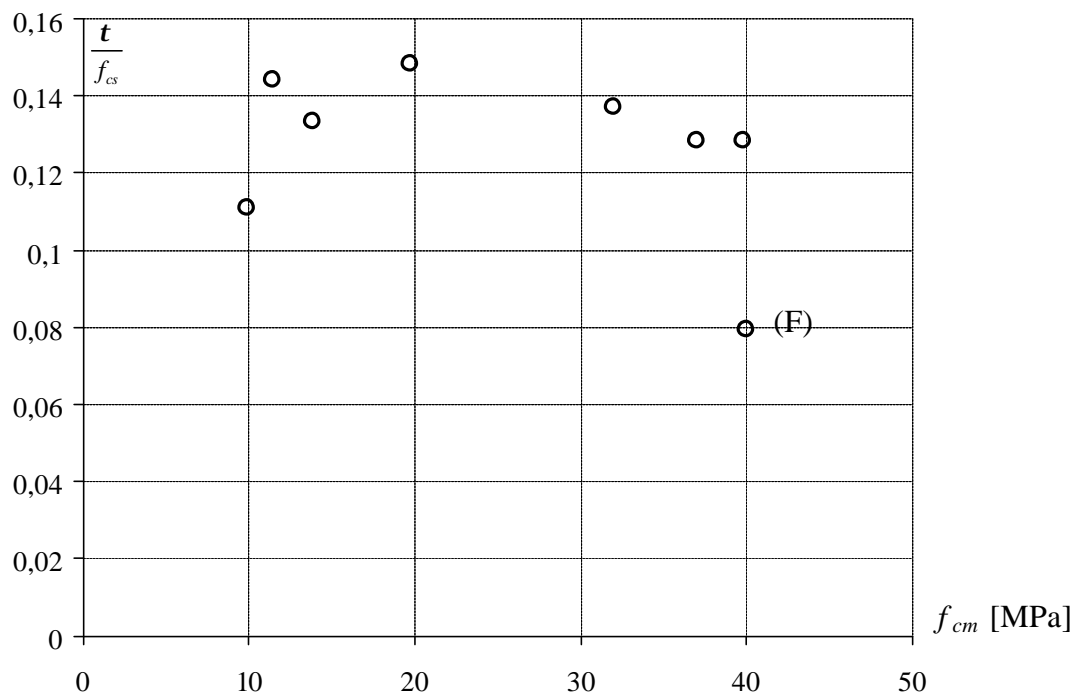
Ses der bort fra forsøgsserie F ligger alle forsøgsresultaterne over forsøgsresultaterne fundet på DTU. Dette kan skyldes forsøgsopstillingen, hvor der etableres et modhold som vil øge forankringsstyrken.



Som nævnt kan det formodes at mørtlen anvendt ved forsøgsserie F er en mørtel svarende til den der er anvendt på DTU i Kim Nae Christensens forsøgsserie. Derved burde forsøgsserien på DTU og forsøgsserie F give samme  $K$ -faktorer.

Plottes de forskellige forankringsstyrker som funktion af trykstyrken af mørtelen, se Figur 9.7, ses det, at hvis der ses bort fra forsøgsserie F er mørtelen uden betydning for styrken.

Forklaringen på nævnte forhold skal muligvis søges i tilslaget størrelse. Ved forsøgsserien udført af Liu Junying blev der fundet lavere værdier end Kim Nae Christensen fandt for tilsvarende prøveemner. Størrelsen af tilslaget var 0-4 mm i forsøgsserien udført af Liu Junying og 0-2 mm i forsøgsserien lavet af Kim Nae Christensen. At mørtelen med større stenstørrelse giver mindre bæreevne kan skyldes at dens friktionsvinkel er større, hvorved en sådan mørtel lettere aktiverer det meget skøre brud i stenen. Mørtelen bør dog på den anden side ikke være uden sandtilslag, da sandtilslag må formodes at forøge glidningsstyrken mellem sten og mørtel, så denne ikke trækkes ud som en prop.



*Figur 9.7 Forankringsstyrken som funktion af mørtlens trykstyrke*

Det ses af de nævnte forsøgsserier, at når der ses bort fra forsøgsserie F er overensstemmelsen mellem teori og forsøg god og at værdierne af parametrene  $K_1$  og  $K_2$ , se formel (8.2), kan sættes til henholdsvis 1,8 og 0,8.

## 10 Konklusion

I nærværende rapport er forankring af armering i murværk af tegl behandlet. Der er i denne forbindelse gjort nogle teoretiske overvejelser baseret på plasticitetsteorien.

Der er arbejdet med simplificerede beregningsudtryk, da de korrekte løsninger viser sig at blive meget komplicerede.

Rapporten giver en række beregningsudtryk for forankringsstyrken med og uden sidetryk. Førstnævnte tilfælde er kun behandlet kort, da der endnu ikke er udført forsøg.

Det har vist sig, at forankringsstyrken af armeringsstænger i murværk, hvor der ikke er noget sidetryk, kan beregnes ud fra teorien for betonkonstruktioner. Man skal blot operere med andre effektivitetsfaktorer, se formel (8.2). Parameteren  $K_1$  kan regnes uændret lig med 1,8 mens parameteren  $K_2$  ændres fra 1,9 til 0,8. Sammenligninger med forsøg har vist, at med disse værdier er der god overensstemmelse mellem teori og forsøg. Forsøgsmaterialet er dog endnu spinkelt, så der bør snarest udføres flere forsøg. Beregningerne har ydermere vist, at en 8 mm armeringsstang med flydespændingen  $f_y = 550$  MPa opnår fuld forankring ved en forankringslængde på ca. 112 mm under forhold der svarer til en tegloverligger, vederlagstrykket tages ikke i regning.

## 11 Litteratur

- [1] ANDREASEN, B. S.: Anchorage of Ribbed Reinforcing Bars, *ABK, DTH, Serie R, No. 238, 1989.*
- [2] NIELSEN, M. P.: Limit Analysis and Concrete Plasticity, *Second Edition, CRC Press, 1998*
- [3] NIELSEN, M. P.: Beton 1 del 1, Materialer, *2. foreløbige udgave, Lyngby 1999*
- [4] NIELSEN, M. P., HANSEN, L. P. and RATHKJEN, A.: Mekanik 2.2 del 2. Rumlige spændings og deformationstilstande, *Danmarks Tekniske Universitet, Institut for Bærende Konstruktioner og Materialer, København/Aalborg, 2001.*
- [5] Tegloverligger, Udtrækning og forskydning, *Teknologisk Institut, Murværk, 1001809*
- [6] CHRISTENSEN, K. N.: Forankring af armering i murværk, *Eksamensprojekt BYG.DTU, 2002*