



Estudio de la absorción del sonido por pérdidas viscosas de arreglos de cilindros rígidos en un rango amplio de frecuencias.

Ibarias, Martin Alfonso; Henriquez, Vicente Cutanda; Sánchez-Dehesa, José

Published in:
Proceedings of XLV Spanish Congress of Acoustics

Publication date:
2024

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

Citation (APA):
Ibarias, M. A., Henriquez, V. C., & Sánchez-Dehesa, J. (2024). Estudio de la absorción del sonido por pérdidas viscosas de arreglos de cilindros rígidos en un rango amplio de frecuencias. In *Proceedings of XLV Spanish Congress of Acoustics*

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.



ESTUDIO DE LA ABSORCIÓN DEL SONIDO POR PÉRDIDAS VISCOSAS DE ARREGLOS DE CILINDROS RÍGIDOS EN UN RANGO AMPLIO DE FRECUENCIAS

Martin Alfonso Ibarias¹, Vicente Cutanda Henríquez², José Sánchez-Dehesa¹

¹Grupo de Fenómenos Ondulatorios, Departamento de Ingeniería Electrónica, Universitat Politècnica de València, Camino de vera s/n (Building 7F), ES-46022 Valencia, Spain
{maibaal1@upv.es, jsdehesa@upv.es}

²Centre for Acoustic-Mechanical Micro Systems, Technical University of Denmark, Ørstedes Plads, Building 352, 2800 Kgs. Lyngby, Denmark
{vcuhe@dtu.dk}

Resumen

Las propiedades absorbentes del sonido por parte de arreglos de cilindros rígidos en un medio fluido son debidas principalmente a las pérdidas por viscosidad del aire en el que están inmersos. Este trabajo utiliza teorías de homogeneización para describir este comportamiento, respaldada por simulaciones numéricas. Los arreglos se disponen primero en láminas (“slabs”) que dan lugar al estudio de ondas unidimensionales, seguidos de empaquetamientos de cilindros en conjuntos aproximadamente circulares en dos dimensiones (clusters). El estudio se hace en anchos de banda de frecuencia amplios, examinando la influencia de la fracción de llenado, del grosor de la lámina, del periodo de malla y de las propiedades del medio de propagación. Para cada combinación de parámetros, se demuestra que hay una fracción de llenado óptimo donde se consigue máxima absorción. Esto se debe a dos efectos. la energía reflejada en la interfase y la energía disipada en los cuellos entre cilindros, donde las pérdidas se concentran. Los resultados proporcionan una mejor comprensión del comportamiento de materiales con una estructura similar, como los absorbentes porosos.

Palabras-clave: pérdidas viscosas, homogeneización, arreglos de cilindros, absorción sonora.

Abstract

The sound-absorbing properties of lattices of hard cylinders in a fluid are mainly a consequence of viscous losses. This work makes use of homogenization theories to describe such behavior, backed by numerical calculations. The lattices are arranged first in slabs resulting in one-dimensional wave propagation, followed by approximately circular two-dimensional clusters. The study is carried out over a broadband frequency range, examining the influence of the filling fraction, effective length, lattice period, and background medium properties. For each combination of parameters, it is shown that there is always an optimum value of the filling fraction yielding maximum absorption. This is a consequence of both the amount of energy reflected at the interface and the energy dissipated in the necks between cylinders, where losses are concentrated. These results help to better understand the behavior of materials with a similar structure, like porous absorbers.

Keywords: viscus losses, homogenization, cylinder lattice, sound absorption.

PACS no. 43.20.-f; 68.35.Iv; 66.20.Cy.

1 Introducción

El estudio de las pérdidas tanto viscosas como térmicas en la propagación del sonido se remonta varios años atrás con los primeros trabajos de Kirchhoff, Konstantinov y Legusha [1-3]. Sin embargo, fue hasta décadas después que se le dio importancia a estos efectos tanto en cristales fonónicos (PnCs) como en metamateriales acústicos (AMTs). Es así, que muchos trabajos enfocados en el diseño de dispositivos PnC para la absorción del sonido han surgido recientemente [4-14].

Debido a lo anterior, se han diseñado PnCs y AMTs más complejos que combinan el uso de múltiples estructuras que pueden ayudar a mejorar la absorción térmica y viscosa en un rango de frecuencia de banda ancha, como estructuras híbridas con corrugaciones o perforaciones periódicas [15,16], PnCs con gradiente [17-19], etc. Además, nuevas estructuras se han mejorado con el uso de técnicas de optimización en algunos de los parámetros geométricos [20-23].

Por otro lado, se ha demostrado que la absorción del sonido tanto en PnCs como AMTs se debe principalmente a pérdidas viscosas, que en la mayoría de los casos constituye entre el 80% y el 90% de las pérdidas totales visco térmicas [11, 18, 24]. Debido a esto, la absorción del sonido en PnCs y AMTs puede limitarse a analizar los efectos viscosos y la optimización de características estructurales específicas como el parámetro de red, la fracción de llenado f y la estructura cristalina.

En el límite de baja frecuencia, los parámetros acústicos efectivos (densidad de masa, módulo de compresibilidad y coeficiente de decaimiento efectivo) de distribuciones periódicas de cilindros rígidos incrustados en fluidos han sido obtenidos mediante diferentes enfoques de homogeneización [12, 25, 26]. Sin embargo, aunque estos modelos nos permiten tener una descripción explícita de la física en los PnCs y AMTs, y, además, aunque hoy en día tenemos algoritmos numéricos para optimizar algunos de los parámetros de la estructura, es importante tener reglas en la selección de parámetros clave para optimizar de forma simple la absorción del sonido en los PnCs y AMTs.

En el presente trabajo, mostramos cómo la selección del parámetro de red a_0 y viscosidad del medio afecta la absorción de sonido de banda ancha en un PnC. El estudio se realizó tanto para sistemas de PnCs de láminas como para conglomerados de PnC finito. Además, se consideró una red hexagonal isotrópica considerando la incidencia normal de una onda de presión sonora plana. En ambos casos demostramos como existe un valor de f óptimo para el cual se obtiene la máxima absorción de banda amplia, donde dicha f óptima es distinta pero cercana al valor de f correspondiente al máximo empaquetamiento.

2 Teoría

2.1. Coeficiente de decaimiento en un cristal fonónico.

En general cualquier PnC está conformado por elementos dispersores sólidos distribuidos de forma periódica formando una red de Bravais arbitraria, y a su vez, embebidos en una matriz, que en general es un fluido. Aquí estamos interesados en estudiar la energía disipada en el interior de un PnC. Para esto consideramos una onda de presión sonora del tipo $p(x) \approx e^{-\gamma_{ph}x}$ donde el coeficiente de decaimiento del sonido es γ_{ph} . Para calcular este coeficiente de atenuación seguimos el procedimiento mostrado en la Ref. [12], donde se considera que el sonido es mayormente disipado en las fronteras fluido-sólido del PnC.

En el límite de bajas frecuencias $\omega \rightarrow 0$ ($\lambda \rightarrow \infty$), el siguiente resultado es obtenido para el coeficiente de decaimiento efectivo en un PnC 2D

$$\gamma_{eff}(\hat{\mathbf{k}}) = \frac{L_0}{2A_c c_{eff}(\hat{\mathbf{k}})} \sqrt{\frac{\omega \eta}{2\rho} \frac{M(\hat{\mathbf{k}})}{N(\hat{\mathbf{k}})}} \quad (1)$$

donde $\hat{\mathbf{k}} = (\mathbf{k}/k)$ es el vector unitario en la dirección de propagación, L_0 es la circunferencia del dispersor. Además, η y ρ son el coeficiente de viscosidad dinámica y la densidad del fluido de fondo, respectivamente. A_c es el área de la celda unitaria y $M(\hat{\mathbf{k}})$ y $N(\hat{\mathbf{k}})$ son funcionales de los factores de forma en el espacio recíproco (ver Ref. [12]). Aquí, la velocidad efectiva del sonido se puede calcular según las referencias [26, 28].

Para poder usar la Ecuación (1), tenemos que satisfacer ciertos criterios de validez: el grosor de la capa límite viscosa $\delta \ll L_0$, donde $\delta = \sqrt{2\eta/(\omega\rho)}$. Además, las capas viscosas de dispersores vecinos más cercanos no deben superponerse. Para una frecuencia dada y el parámetro de red a_0 , esta condición determina la fracción de llenado máxima f_{max} en la cual la fórmula es aplicable, pues el radio máximo que podemos considerar en cada dispersor se verá afectado por el tamaño de $\delta \approx 1/\sqrt{\omega}$. Para una red hexagonal de cilindros rígidos con radio R , la fracción de llenado es $f_{hex} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \left(\frac{R}{a_0}\right)^2$ y en la condición de empaquetamiento compacto $f_{cp}=0.9069$. Es así, que para considerar el ancho de la capa viscosa en un cálculo de f_{max} , el radio máximo debe ser reemplazado por $(a_0/2) - \delta$ para un δ evaluado en la frecuencia mínima de interés.

Por otro lado, el límite de frecuencias máximas de operación está determinado por la primera brecha de frecuencias prohibidas. Para garantizar estar completamente en el límite de homogenización, usamos la regla mostrada en la Ref. [26], donde se demuestra que los parámetros homogeneizados de dispersores rígidos distribuidos en una red hexagonal son válidos para longitudes de onda mayores que $\lambda_c = 4a_0$, que se obtuvo analizando la homogenización de aglomerados de cilindros con forma externa circular.

2.2. Absorbancia en un bloque PnC homogenizado.

En el límite de homogenización, una lámina de PnC puede representarse como un medio efectivo (AMT) donde el problema de dispersión puede resolverse en una dimensión. La absorbancia viscosa en el AMT puede obtenerse a partir de simples expresiones analíticas unidimensionales (1D) para los coeficientes de transmisión y reflexión

$$R(\omega) = |r(\omega)|^2, \quad (2)$$

$$T(\omega) = |t(\omega)|^2 \quad (3)$$

$$\alpha(\omega) = 1 - R(\omega) - T(\omega) \quad (4)$$

Donde los coeficientes t y r están determinados por

$$r = \frac{[(\rho_{eff} c_{eff})^2 - (\rho c)^2 (1 + i\gamma_{eff} c_{eff}/\omega)^2] (1 - e^{2L_{eff}(\gamma_{eff} - i\omega/c_{eff})})}{[\rho_{eff} c_{eff} - \rho c (1 + i\gamma_{eff} c_{eff}/\omega)]^2 - [\rho_{eff} c_{eff} + \rho c (1 + i\gamma_{eff} c_{eff}/\omega)]^2 e^{2L_{eff}(\gamma_{eff} - i\omega/c_{eff})}}, \quad (5)$$

$$t = \frac{-4\rho_{eff} c_{eff} \rho c (1 + i\gamma_{eff} c_{eff}/\omega) e^{L_{eff}(\gamma_{eff} - i\omega/c_{eff})}}{[\rho_{eff} c_{eff} - \rho c (1 + i\gamma_{eff} c_{eff}/\omega)]^2 - [\rho_{eff} c_{eff} + \rho_0 c_0 (1 + i\gamma_{eff} c_{eff}/\omega)]^2 e^{2L_{eff}(\gamma_{eff} - i\omega/c_{eff})}}. \quad (6)$$

Como se puede ver, tanto r, t como α y dependen de la frecuencia y del coeficiente de decaimiento introducido en la Ecuación (1).

2.3. Factor de calidad Q.

Para analizar la absorción de banda ancha hacemos un promedio de la absorción viscosa en un rango de frecuencias utilizando el llamado factor de calidad de absorción Q_α^v , que condensa en un solo valor el poder absorbente en una banda de frecuencias seleccionada $\Delta\omega$,

$$Q_\alpha^v = \frac{1}{\Delta\omega} \int_{\omega_b}^{\omega_t} \alpha(\omega) d\omega \quad (7)$$

donde ω_b y ω_t son las frecuencias inferior y superior, respectivamente, que determinan el ancho de banda $\Delta\omega = \omega_t - \omega_b$.

Con la Ecuaciones (4)-(7), podemos determinar la cantidad de absorción de baja frecuencia en diferentes parámetros que caracterizan las estructuras finitas de PnC con una reducción significativa del tiempo de CPU en comparación con simulaciones usando el Método de Elementos Finitos (FEM). La implementación FEM empleada es la del producto comercial COMSOL. Cabe destacar que, a lo largo del trabajo, se ha verificado las expresiones analíticas con cálculos de COMSOL.

2.4. Modelo para una lámina efectiva.

Para garantizar que nuestras ecuaciones son válidas, hemos realizado cálculos de COMSOL utilizando la aproximación de capa de impedancia termo viscosa (BLI) [29] en su aproximación adiabática, la cual contempla solo pérdidas viscosas.

Para poder reemplazar el sistema realista de cilindros embebidos en un medio viscoso, por un sistema de parámetros efectivos dados por las Ecuaciones (1-6) es necesario definir una longitud de bloque efectiva L_{eff} . En este caso el tamaño de este bloque estará determinado por el número de capas de cilindros y el valor de longitud de cada capa. El ancho de cada capa de cilindros está determinado por la cantidad $\sqrt{(3)}a_0/2$. En la Figura 1 podemos observar un ejemplo de como hemos realizado las simulaciones en COMSOL y como definimos un L_{eff} para realizar los cálculos analíticos para este mismo caso.

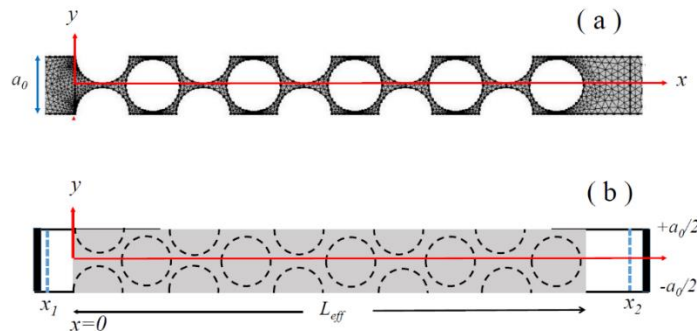


Figura 1 – (a) Ejemplo de simulación de COMSOL para estudiar la transmisión del sonido a través de una lámina de PnC compuesta por 10 capas de cilindros rígidos incrustados en aire, donde se muestra la malla. En el eje y se han aplicado condiciones de periodicidad de Floquet y la onda incide del lado izquierdo de la muestra. El sistema está delimitado al inicio y al final por condiciones PML-COMSOL. (b) Esquema de la estructura después de la homogeneización (región gris) donde se indica el L_{eff} correspondiente. Los cilindros están distribuidos en una red hexagonal con una fracción de llenado del 0.8. Las posiciones x_1 y x_2 representan las zonas de medición.

2.5. Modelo para el conglomerado efectivo.

Para estudiar conglomerados circulares compuestos por N_c cilindros rígidos, homogeneizamos el conglomerado y consecuentemente, el cálculo se simplifica al considerar un solo cilindro homogeneizado con un radio efectivo R_{eff} y parámetros acústicos efectivos (es decir, velocidad del sonido, densidad de masa y coeficiente de decaimiento).

La velocidad efectiva y la densidad del conglomerado homogeneizado se obtienen como se explica en las referencias [26, 30]. Para determinar el radio efectivo R_{eff} del conglomerado, aplicamos la condición de conservación de la fracción de llenado en el cilindro efectivo que reemplaza al cúmulo [30]. Por lo tanto, cuando la red subyacente del conglomerado es hexagonal,

$$R_{eff} = \left(\frac{N_c \sqrt{3}}{2\pi} \right)^{1/2}. \quad (8)$$

Para realizar el cálculo de reflectancia, transmitancia y absorbancia, utilizamos el Boundary Element Method (BEM) con pérdidas viscosas, como se explica en la referencia [19]. En resumen, las simulaciones se realizan en el marco del BEM con pérdidas, lo que implica la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes linealizadas sin flujo. Las tres componentes del campo acústico (acústica, térmica y viscosa) se separan y solo se acoplan en los límites del dominio [19, 30, 31]. De esta manera, utilizando un solo cilindro similar a un fluido y el BEM, podemos explorar la dependencia de la fracción de llenado de los cúmulos circulares, al igual que hicimos para los bloques.

3 Resultados y discusión.

3.1. Resultados para láminas de cristal fonónico.

Para los cálculos en COMSOL usando la aproximación BLI no es necesario indicar los parámetros del sólido dispersor ya que este los considera totalmente como cuerpos rígidos, sin embargo, en la Ecuación (1), se deben emplear los valores reales de los materiales que conforman al PnC en cuestión. Nosotros contemplamos sólidos elásticos hechos de aluminio con parámetros $\rho_{al} = 2700 \text{ kg/m}^3$ y $\lambda_{al} = 51 \times 10^9 \text{ Pa}$.

El primer sistema que hemos analizado es el mismo de la Ref. [32], que posee unas pocas filas de cilindros rígidos distribuidos en una red hexagonal con un período $a_0 = 63.5 \text{ mm}$. El límite inferior de frecuencias que hemos elegido para el $\Delta\omega$ es 100 Hz, lo que determina la máxima fracción de llenado. Para la frecuencia superior, consideramos 382 Hz, que está muy por debajo de la frecuencia máxima que verifica la condición de homogeneización y pertenece a la región de dispersión lineal perfecta de la primera banda de la estructura de bandas acústicas. Su vector de onda k se encuentra aproximadamente a 1/4 de la distancia entre los puntos Γ y M . Así, $\Delta\omega = 2\pi \times 282 \text{ Hz}$. Los resultados para este primer sistema y 15 capas de cilindros, los podemos ver en la Figura 2, donde podemos ver una buena concordancia entre las curvas obtenidas con el modelo analítico (línea continua) y los resultados de simulaciones COMSOL BLI (símbolos). En la posición del pico, las curvas difieren en 0.003 en el valor del f_{opt} que corresponde a menos del 1% del valor Q_{α}^v máximo.

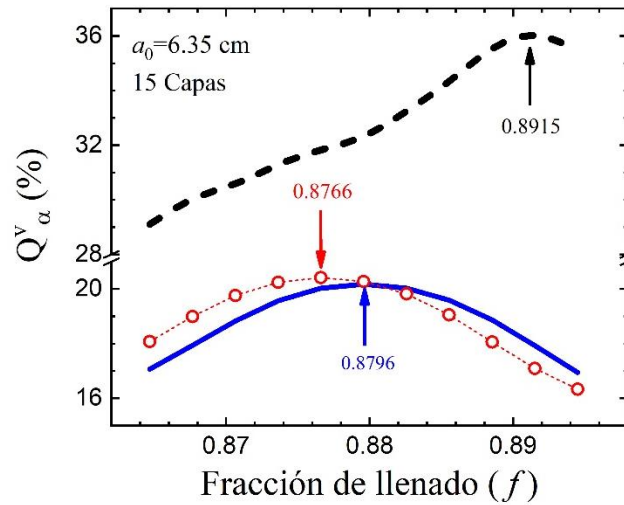


Figura 2 - Q_v^α en función de la fracción de llenado para una lámina de cristal fonónico (PnC) con quince capas de cilindros. Se muestran los resultados analíticos (línea continua azul), simulaciones COMSOL BLI (símbolos rojos). La línea a trazos representa los resultados obtenidos cuando se añaden cinco capas de gradiente de índice en la parte frontal del bloque. Las flechas indican los valores f_{opt} con absorción máxima.

El perfil de Q_v^α que muestra un pico con máxima absorción de banda ancha puede entenderse en términos del equilibrio entre el aumento de la pérdida viscosa cuando aumenta la fracción de llenado y la disminución de la energía acústica disponible para disipación debido al incremento de la reflectancia de cada lámina. Cada canal estrecho tiene capas viscosas que absorben el sonido por el efecto Konstantinov [2, 3]. Sin embargo, para valores de f cercanos a la condición de empaquetamiento denso, el sonido que penetra se vuelve menor ya que la energía reflejada por la lámina aumenta con f y, en consecuencia, la transmitancia se vuelve muy pequeña, como lo describe Moleron y colaboradores [9]. Lo anterior indica que el valor f_{opt} con Q_v^α máximo resulta de un equilibrio entre la absorción mejorada para canales más estrechos y la disminución de la energía acústica que penetra en la lámina debido al aumento de la reflectancia.

Para verificar la explicación anterior, hemos estudiado una estructura que contiene la lámina con un conjunto adicional de capas de índice de gradiente (GRIN) que actúan como un dispositivo de acoplamiento que iguala la impedancia acústica del aire con la de la losa. Esta solución permite reducir el efecto de la reflexión del sonido. En la Figura 2, la línea a trazos negra muestra cómo se logra aumentar el valor de Q_v^α hasta f mayores debido a una mayor penetración de la energía, o disminución de la reflectancia) gracias a la estructura de GRIN añadida. Se observa un incremento en Q_v^α de un 17%.

3.1.2. Dependencia del parámetro de red y el medio viscoso del fondo.

Para este segundo caso, consideramos ahora láminas PnC hechos con un valor fijo de $L_{eff} = 254$ mm. Los periodos de red $a_0 = 7.5$ mm, 11.6 mm y 15.46 mm los cuales corresponden a 30, 25 y 19 capas de cilindros respectivamente. Hemos realizado el cálculo considerando tres medios viscosos distintos en el fondo: aire, glicerina y agua. Dado que el material del fondo es distinto en cada caso, los intervalos de integración no pueden ser los mismos. En la Tabla 1 se resumen los valores escogidos para cada caso. El límite superior fue escogido de acuerdo con el valor de frecuencia correspondiente al vector de onda ubicado a 1/4 a lo largo de la dirección $\Gamma - M$ de la primera zona de Brillouin.

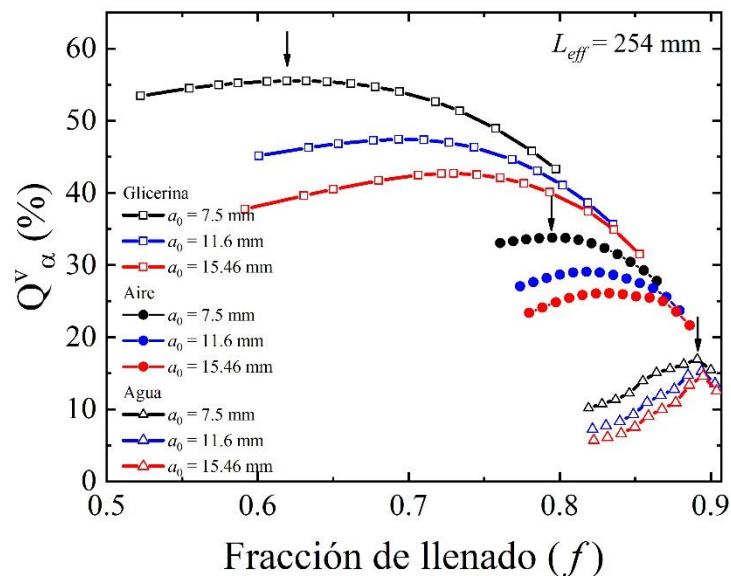


Figura 3 - Q^v_α como función de f para láminas de PnC con el mismo grosor L_{eff} pero diferente período de red a_0 . Los resultados se calculan para tres medios viscosos: aire, agua y glicerina. El intervalo $\Delta\omega$ empleado para calcular Q^v_α es diferente para cada medio viscoso de acorde al límite de homogenización. Las flechas indican la posición del máximo en Q^v_α para cada caso.

Los resultados analíticos se muestran en la Figura 3, de la cual podemos concluir que una reducción en el valor de a_0 produce un aumento de las pérdidas viscosas por el bloque PnC. Este resultado se atribuye a que, para una frecuencia dada, la absorción tiene lugar principalmente en los canales estrechos (cuellos) existentes entre cilindros cercanos a altas fracciones de relleno. Por lo tanto, para un bloque con L_{eff} fijo, el número de capas que forman las láminas y, consecuentemente, el número de cuellos entre cilindros son los parámetros relevantes que determinan la cantidad de poder absorbente. La lámina hecha de cilindros con el a_0 más pequeño tiene el mayor valor de Q^v_α ya que contiene un mayor número de cilindros y cuellos. En otras palabras, cuando más cilindros caben dentro del grosor de la lámina, más energía se disipa debido al incremento del número de canales estrechos creados entre los cilindros. Además, analizando la reflectancia en estas estructuras, encontramos que aumenta cuando a_0 aumenta. Por lo tanto, el efecto de desplazamiento puede deberse al hecho de que la reflectancia máxima se obtiene para valores más grandes tanto del parámetro de red como de la fracción de llenado.

Tabla 1 – Parámetros empleados para calcular Q^v_α de las estructuras de la Figura 3.

Medio Viscoso	$\omega_b/2\pi$ (Hz)	$\omega_t/2\pi$ (Hz)	$\Delta\omega/2\pi$ (Hz)	$\delta\sqrt{\omega}$ (m s ^{-1/2})
Aire	580	3400	2820	8.872×10^{-5}
Agua	2000	11500	9500	1.263×10^{-5}
Glicerina	4400	25800	21400	2.336×10^{-4}

Otro aspecto importante para analizar en los resultados mostrados en la Figura 3, es la dependencia del medio viscoso en la Q^v_α . Los resultados para el agua, que representa el fondo que proporciona la menor absorción, tienen su propio interés cuando se comparan con el caso del aire. Aunque el agua es más viscosa que el aire, sus capas viscosas δ , tienen el mismo orden de magnitud. Esto se debe a que δ es inversamente proporcional a la densidad del fluido, y la densidad del agua es tres órdenes de magnitud

mayor que la del aire. Sin embargo, aunque δ del aire y del agua son del mismo orden de magnitud, δ del aire es aproximadamente siete veces mayor que el del agua. Esto podría explicar por qué la absorción de banda ancha calculada para el aire es mayor que la del agua a pesar de que el intervalo de frecuencia utilizado para calcular Q^v_α en agua es más amplio.

Es importante recordar que la existencia de resonancias de Fabry-Perot causadas por el espesor finito de la losa es el principal mecanismo que conduce a la absorción viscosa. Por lo tanto, para evaluar Q^v_α , es obligatorio seleccionar un intervalo de baja frecuencia de manera que la integral en la Ecuación (7) contenga varios picos de Fabry-Perot. Considerando estas condiciones, los resultados reportados aquí nos permiten concluir que existe una fracción de llenado óptima, f_{opt} , con un máximo Q^v_α . Además, para un determinado medio viscoso de fondo y para un intervalo fijo de integración, se puede obtener un aumento de Q^v_α al disminuir el periodo de la red subyacente.

3.2. Resultados para conglomerados PnC finitos.

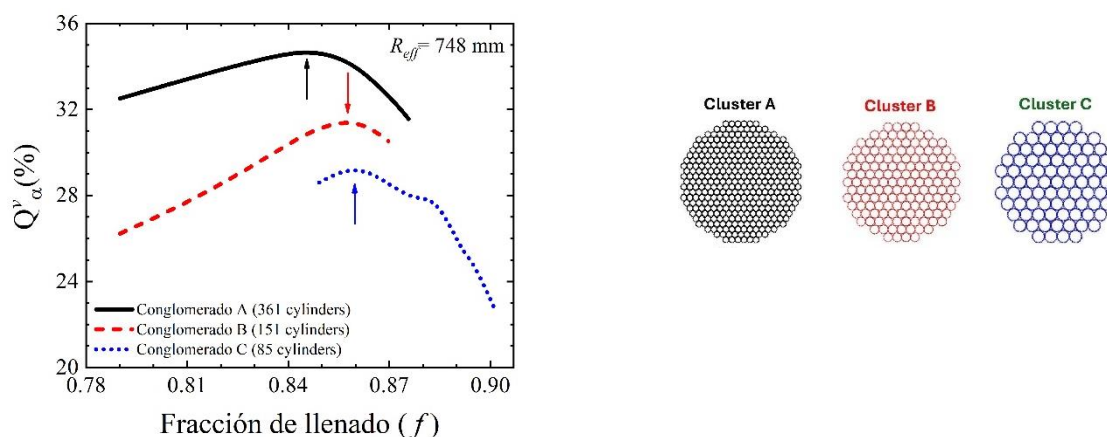


Figura 4 - Q^v_α como función de f para conglomerados de cilindros duros con el mismo radio efectivo R_{eff} . El intervalo de frecuencia $\Delta\omega$ empleado en la Ecuación (7) es el mismo para las tres estructuras. Las flechas indican la fracción f_{opt} con máxima absorción. A la derecha vemos una figura esquemática de los conglomerados y el número de cilindros en su interior.

En la Figura 4 mostramos los resultados analíticos de Q^v_α como función de f para conglomerados homogeneizados de cilindros con forma externa circular y un radio efectivo fijo $R_{eff} = 0.748$ m. El límite inferior de integración para la Ecuación (7) fue fijado en $\omega_b = 2\pi \times 580$ Hz y terminando en $\omega_t = 2\pi \times 3400$ Hz, de manera que $\Delta\omega = 2\pi \times 2820$ Hz.

En este caso, podemos ver que se cumple el mismo fenómeno observado en los bloques que hemos analizado anteriormente: el conglomerado A que contiene el mayor número de cilindros proporciona la máxima absorción viscosa en banda ancha a pesar de tener las mismas dimensiones que los otros. Los conglomerados B y C, con 161 y 85 cilindros, respectivamente, proporcionan una absorción en banda ancha más baja. Al igual que en el caso de los bloques PnC, la física subyacente que explica el aumento de la cantidad viscosa con se atribuye al número de canales estrechos o cuellos existentes entre los cilindros más cercanos. En conglomerados con la misma dimensión externa, el número de cuellos absorbentes, N_c , aumenta cuando el período de la red subyacente disminuye, por lo tanto, se espera un aumento en la absorción también. Esta conclusión está respaldada por el máximo Q^v_α exhibido por los diferentes conglomerados.

4 Conclusiones.

Hemos presentado un modelo semi-analítico que permite el cálculo de la absorbancia viscosa en láminas (slabs) semi-infinitas de PnC, así como en conglomerados (clusters) de cilindros rígido con forma circular externa. Estas estructuras merecen estudio debido a que sus propiedades absorbentes pueden ser altamente controladas ajustando sus parámetros geométricos, que están limitados únicamente por consideraciones de fabricación. En comparación, los materiales porosos están sujetos a grandes incertidumbres en sus parámetros y solo pueden ser tratados estadísticamente.

Nuestro algoritmo permite estudiar cómo controlar la absorbancia de estructuras muy complejas al reducir el problema a láminas y conglomerados homogeneizados simples donde la viscosidad es otro parámetro homogeneizado, al igual que la velocidad del sonido y la densidad dinámica.

Los resultados obtenidos con nuestras fórmulas han sido respaldados con simulaciones realizadas en el marco del método de elementos finitos (FEM), utilizando las distribuciones exactas de cilindros en las losas y en los conglomerados finitos. Hemos analizado la absorción viscosa en banda ancha como función de la fracción de llenado del cristal de la red y hemos concluido que la máxima absorción se puede lograr para un valor óptimo de fracción de llenado.

Como regla general, se puede decir que la cantidad de pérdidas de disipación en banda ancha está relacionada con el número de canales estrechos o cuellos existentes dentro del bloque de PnC o los conglomerados finitos. Es decir, las láminas o conglomerados con la misma dimensión externa tendrán una mayor disipación cuando aumente el número de cilindros en su interior.

Nuestros resultados tienen un interés potencial en acústica aplicada y, particularmente, para el diseño de materiales altamente absorbentes hechos de fibras rígidas.

Agradecimientos

Martin Ibarias agradece a Jesús Arriaga por proporcionar algunos recursos computacionales para los cálculos numéricos.

Referencias

- [1] G. Kirchhoff, (1868). *Ann. d Phys.* 134, 177.
- [2] Konstantinov B.P., (1939). *Zh. Eksp. Teor. Phys.* 9, 226.
- [3] Legusha F. F., (1984). The Konstantinov effect and sound absorption in inhomogeneous media. *Soviet Phys. Uspekhi* 27, 887.
- [4] Duclosa, D. Lafarge, and V. Pagneux, (2009). Transmission of acoustic waves through 2D phononic crystal: viscothermal and multiple scattering effects, *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* 45, 11302.
- [5] G. Theocharis, O. Richoux, V. Romero García, A. Merkel and V. Tournat, (2014). Limits of slow sound propagation and transparency in lossy, locally resonant periodic structures, *New J. Phys.* 16, 093017.
- [6] M. D. Guild, V. M. García-Chocano, W. Kan, and J. Sánchez-Dehesa, (2014). Enhanced inertia from lossy effective fluids using multi-scale sonic crystals, *AIP Advances* 4, 124302.
- [7] J.-P. Groby, W. Huang, A. Lardeau, et al., (2015). The use of slow waves to design simple sound absorbing materials, *J. Appl. Phys.* 117, 124903.

- [8] H. Ruiz n, C.C. Claeys, E.Deckers, W. Desmet, (2016). Numerical and experimental study of the effect of microslits on the normal absorption of structural metamaterials, *Mechanical Systems and Signal Processing* 70-71 904–918.
- [9] M. Molerón, M. Serra-García, and C. Dario, (2016). Viscothermal effects in acoustic metamaterials: from total transmission to total reflection and high absorption, *New J. Phys.* 18, 033003.
- [10] X. Jiang, Y. Li, L. Zhang, (2017). Thermoviscous effects on sound transmission through a metasurface of hybrid resonances., *J. Acoust. Soc. Am.* 141, EL363.
- [11] V. Cutanda Henríquez, V. M. García-Chocano, J. Sánchez-Dehesa, (2017). Viscothermal losses in double-negative acoustic metamaterials, *Phys. Rev. Appl.* 8, 014029.
- [12] M. Ibarias, Y. Zubov, J. Arriaga, A. A. Krokhin, (2020). Phononic crystal as a homogeneous viscous metamaterial, *Phys. Rev. Res.* 2, 022053(R).
- [13] M. Ibarias, J. Doporto, A. A. Krokhin and J. Arriaga, (2022). Tuning the decay of sound in a viscous metamaterial, *Phil. Trans. R. Soc. A* 380, 20220007.
- [14] P. R. Andersen, V. C. Henríquez and N. Aage, (2023). On the validity of numerical models for viscothermal losses in structural optimization for micro-acoustics, *Journal of Sound and Vibration* 547, 117455.
- [15] Y. Tang, et al., (2017). Hybrid acoustic metamaterial as super absorber for broadband low-frequency sound, *Scientific Reports* 7, 43340.
- [16] Xing-Feng Zhu, Siu-Kit Lau, Z. Lu and W. Jeon, (2019). Broadband low-frequency sound absorption by periodic metamaterial resonators embedded in a porous layer, *Journal of Sound and Vibration* 461, 114922.
- [17] X. Zhang, Z. Qu and H. Wang, (2020). Engineering Acoustic Metamaterials for Sound Absorption: From Uniform to Gradient Structures, *iScience* 23, 101110.
- [18] X.H. Zhang and Z.G. Qu, (2022). Viscous and thermal dissipation during the sound propagation in the continuously graded phononic crystals, *Appl. Acoustics* 189, 108666.
- [19] V. Cutanda Henríquez and J. Sánchez-Dehesa, (2021). Viscothermal Effects in a Two-Dimensional Acoustic Black Hole: A Boundary Element Approach, *Phys. Rev. Appl.* 15, 064057.
- [20] L. Xiong, B. Nennig, Y. Auregan and W. Bi, (2017). Sound attenuation optimization using metaporous materials tuned on exceptional points, *Journal of the Acoustical Society of America* 142, 2288.
- [21] H. Duan, et al., (2019). Parameter Optimization for Composite Structures of Microperforated Panel and Porous Metal for Optimal Sound Absorption Performance, *Appl. Sci.* 9, 4798.
- [22] Y. Luo, Jing-jun Lou, Yan-bing Zhang and Jing-ru Li, (2021). Sound-Absorption Mechanism of Structures with Periodic Cavities, *Acoustics Australia* 49, 371.
- [23] Diana Maria Garza-Agudelo, Vicente Cutanda Henríquez, Cheol-Ho Jeong, Peter Risby Andersen, Martin Ibarias, José Sánchez-Dehesa, Frieder Lucklum, (2024). Metasurfaces for sound absorption over a broad range of wave incidence angles, *Applied Acoustics*, 220, 109965.
- [24] V. Romero-Garcia and A.-C. E. Hladky-Hennion, (2019). *Fundamental and Applications of acoustic metamaterials* (McGraw-Hill, New York).

- [25] A. A. Krokhin, J. Arriaga, and L. N. Gumen, (2003). Speed of sound in periodic elastic composites, *Phys. Rev. Lett.* 91, 264302.
- [26] D. Torrent, A. Hakansson, F. Cervera, and J. Sánchez-Dehesa, (2006). Homogenization of two-dimensional clusters of rigid rods in air, *Phys. Rev. Lett.* 96, 204302.
- [27] L. E. Landau and E. M. Lifshitz, (1984). *Fluid Mechanics* (Elsevier, Oxford).
- [28] Krokhin A. A., Arriaga J., Gumen L. N., (2003). Speed of sound in periodic elastic composites, *Phys. Rev. Lett.* 91, 264302.
- [29] M. J. Cops, J. G. McDaniel, E. A. Magliula, D. J. Bamford, and M. Berggren, (2020). Estimation of acoustic absorption in porous materials based on visco-thermal boundary layers modeled as boundary conditions, *The Journal of the Acoustical Society of America* 148, 1624–1635.
- [30] V. Cutanda-Henríquez and P. Juhl, (2013). An axisymmetric boundary element formulation of sound wave propagation in fluids including viscous and thermal losses, *J. Acoust. Soc. Am.* 134, 3409–3418.
- [31] V. Cutanda-Henríquez, P. R. Andersen, J. S. Jensen, P. M. Juhl, and J. Sánchez-Dehesa, (2017). A numerical model of an acoustic metamaterial using the boundary element method including viscous and thermal losses,” *J.Comp. Acoust.* 25, 1750006
- [32] L. Sanchis, A. Hakansson, F. Cervera, and J. Sánchez-Dehesa, (2003). Acoustic interferometers based on two-dimensional arrays of rigid cylinders in air, *Phys. Rev. B* 67, 035422.